| | |
|---|---|
| Colégio DINÂMICO | **Professor (a):** ***Estefânio Franco Maciel*** |
| | **Aluno (a):** |
| | **Data:** /08/2017. |
| | **Disciplina:** ***MATEMÁTICA*** |
| | **Série: 2º ANO** **ATIVIDADES DE REVISÃO PARA REDI III** |
| | **ENSINO MÉDIO** |

**Questão 01)** Dados os sistemas $S_1 : \begin{cases} 4x + 5y = 7 \\ 2x - 3y = 9 \end{cases}$ e $S_2 : \begin{cases} mx + 4y = 5 \\ 3x - y = k \end{cases}$, nas variáveis x e y, assinale o que for correto.

01. $S_2$ é possível e determinado para $m = -12$ e $k = -\frac{5}{4}$.
02. $S_2$ é impossível para $m = -12$ e $k = -\frac{5}{4}$.
04. Se $S_1$ e $S_2$ são equivalentes, então $k + m = 13$.
08. $S_2$ é possível e indeterminado para $m \neq -12$ e $k = -\frac{5}{4}$.
16. Se (x, y) é a solução de $S_1$, então $x + y = 4$.

**Questão 02)** Sendo k um número real, o sistema linear $\begin{cases} 9x - 6y = 21 \\ 6x - 4y = k \end{cases}$ possui infinitas soluções (x,y) para k igual a

a) –10,5.
b) 0.
c) 7.
d) 10,5.
e) 14.

**Questão 03)** Se o sistema de equações $\begin{cases} x + y + 4z = 2 \\ x + 2y + 7z = 3 \\ 3x + y + az = b \end{cases}$ é impossível, então os valores de a e b são tais que

a) $a = 6$ e $b \neq 4$
b) $a \neq 6$ e $b \neq 4$
c) $a \neq 6$ e $b = 4$
d) $a = 6$ e $b = 4$
e) a é arbitrário e $b \neq 4$

**Questão 04)** Para resolver o balanceamento de uma reação química, uma técnica utilizada é o escalonamento de matrizes na resolução de sistemas lineares.
Considerando o sistema linear a seguir, assinale no cartão-resposta a soma da(s) proposição(ões) CORRETA(S).

$$\begin{cases} 4x + 2y + 3z = 7 \\ x - 3y + 2z = 1 \\ 2x + 8y - z = 5 \end{cases}$$

Sendo x, y e z $\in$ IR

01. O sistema linear admite solução.
02. O sistema linear é classificado como possível indeterminado.
04. Na representação matricial, a matriz de coeficientes tem ordem 3×3.
08. O sistema linear é homogêneo.
16. O sistema linear tem conjunto solução apresentado a partir do método de Cramer.

**Questão 05)** Considere o sistema abaixo:

$$\begin{cases} 6x + by + cz = 4 \\ ax + 5y - 7z = 2 \\ 6x + y + z = 6 \end{cases}$$

Os valores de a, b e c para que o sistema seja classificado como ***possível e indeterminado*** é:

a) a = 6, b = 5 e c = –7
b) a = 3, b = 10 e c = –14
c) a = 1, b = 1 e c = 1
d) a = 6, b = 1 e c = 1
e) a = 6, b = 10 e c = –7

**Questão 06)** Considere quatro números inteiros positivos. A cada um desses quatro números soma-se a média aritmética dos outros três, obtendo-se como resultados os números 48, 42, 32 e 34.
Um dos números originais é:

a) 34
b) 31
c) 30
d) 33
e) 32

**Questão 07)** Em uma lanchonete, Luana consumiu uma unidade de cada um dos produtos A e B e pagou R$9,50; Renata consumiu uma unidade dos produtos B e C pelo que pagou R$11,00; e Fernanda pagou R$10,60, tendo consumido uma unidade dos produtos A e C.
Joice consumiu uma unidade de cada um dos produtos A, B e C, e pagou o valor de R$15,70. Tendo como base o valor pago por suas colegas, Luana, Renata e Fernanda, o valor pago por Joice

a) está correto.

b) excede em 15 centavos o valor que ela teria de pagar.
c) excede em 20 centavos o valor que ela teria de pagar.
d) é 10 centavos a menos do que ela teria de pagar.
e) é 25 centavos a menos do que ela teria de pagar.

**Questão 08)** Um aluno da Universidade de Fortaleza mora nas proximidades da universidade. No segundo semestre de 2016, ele decidiu ir alguns dias da semana de casa à universidade ou da universidade para casa a pé. Nos dias que ele vai para a universidade a pé e volta de ônibus, gasta uma hora e quinze minutos; quando vai e volta de ônibus, gasta meia hora. Para cada meio de transporte, o tempo gasto na ida é igual ao tempo gasto na volta. Quanto tempo o aluno gasta para ir à universidade e voltar para casa a pé?

a) 90 minutos
b) 100 minutos
c) 110 minutos
d) 120 minutos
e) 130 minutos

**Questão 09)** Uma pessoa comprou 2 pacotes de algodão, 5 rolos de gaze e 3 rolos de esparadrapo. Na farmácia onde realizou a compra, o preço de um pacote de algodão mais um rolo de gaze e mais um rolo de esparadrapo é R$ 16,00. Um rolo de esparadrapo custa R$ 2,00 a menos que um pacote de algodão e R$ 1,00 a mais que um rolo de gaze. Sabendo que essa pessoa pagou a compra com uma nota de R$ 50,00, o valor do troco recebido foi

a) R$ 0,50.
b) R$ 1,00.
c) R$ 1,50.
d) R$ 2,50.
e) R$ 2,00.

**Questão 10)** Um jogador, ao final de um jogo, marcou 32 arremessos e acumulou 83 pontos. Considerando que cada arremesso certo vale 4 pontos e cada errado perde meio ponto, quantos arremessos certos fez este jogador?

a) 25
b) 22
c) 15
d) 12
e) 10

**Questão 11)** Sejam *a* e *b* números reais. Considere, então, os dois sistemas lineares abaixo, nas variáveis *x*, *y* e *z*:

$$\begin{cases} x - y = a, \\ z - y = 1, \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} x + y = 2, \\ y + z = b. \end{cases}$$

Sabendo que esses dois sistemas possuem uma solução em comum, podemos afirmar corretamente que

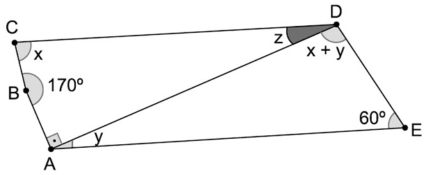
a) $a - b = 0$.
b) $a + b = 1$.
c) $a - b = 2$.
d) $a + b = 3$.

**Questão 12)** Sabendo que *m* é um número real, considere o sistema linear nas variáveis *x, y* e *z*:

$$\begin{cases} mx + 2z = 4 \\ x - y + z = 3 \\ 2x + mz = 4 \end{cases}$$

a) Seja *A* a matriz dos coeficientes desse sistema. Determine os valores de *m* para os quais a soma dos quadrados dos elementos da matriz *A* é igual à soma dos elementos da matriz $A^2 = A \cdot A$.
b) Para $m = 2$, encontre a solução do sistema lineear para a qual o produto *xyz* é mínimo.

**Questão 13)** A figura indica a medida de alguns dos ângulos internos de um quadrilátero ABCD e de um triângulo ADE, sendo que $\overline{AE}$ é paralelo a $\overline{CD}$.




Nessa situação, a medida do ângulo $C\hat{D}A$, indicada por z, é igual a

a) 25º.
b) 20º.
c) 30º.
d) 10º.
e) 15º.

**Questão 14)** Considere o sistema linear nas variáveis reais x , y , z e w ,

$$\begin{cases} x - y = 1, \\ y + z = 2, \\ w - z = 3. \end{cases}$$

Logo, a soma x + y + z + w é igual a

a) –2.
b) 0.
c) 6.
d) 8.

**Questão 15)** A Internet armazena uma quantidade enorme de informações. Ao fazer uma busca na rede, os *sites* são listados em ordem decrescente segundo o seu grau de importância. Considere que, para calcular o grau de importância, são analisados três fatores: a quantidade de pessoas que se inscrevem no *site*, a quantidade de atualizações do *site* e a quantidade de visualizações do *site*. Cada um desses fatores recebe uma pontuação determinada.

• Para que o *site* obtenha 9000 pontos e seja considerado de grande importância, são necessárias 600 pessoas inscritas, 600 atualizações e 800 visualizações.

• Para que o *site* obtenha 6300 pontos e seja considerado de média importância, são necessárias 300 pessoas inscritas, 600 atualizações e 300 visualizações.
• Para que o *site* obtenha 2000 pontos e seja considerado de importância satisfatória, são necessárias 100 pessoas inscritas, 100 atualizações e 300 visualizações.

A partir dessas informações, determine a pontuação obtida por um *site* que apresenta 900 pessoas inscritas, 450 atualizações e 700 visualizações.
Justifique sua resposta apresentando os cálculos realizados na resolução desta questão.

**Questão 16)** a. Mostre que existem infinitas triplas ordenadas (x, y, z) de números que satisfazem a equação matricial:

$$x \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} + y \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + z \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -10 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b) Resolva o sistema linear abaixo, nas incógnitas x e y, usando o conceito de matriz inversa:

$$\begin{cases} 2x + y = a \\ 5x + 3y = b \end{cases}$$

Use o fato de que a inversa da matriz
$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ é $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$

**Questão 17)** Seja z um número complexo qualquer. Sabendo-se que o argumento de um número complexo é único, assinale o que for **correto**.

01. Se $z = a + bi$ e $\arg z = \theta$, então $\cos\theta = \frac{b}{a^2 + b^2}$.
02. Sendo o argumento de $z$ igual a $\frac{\pi}{6}$, então o argumento do conjugado de $z$ é $2\pi - \frac{\pi}{6}$.
04. Se $\arg(z\bar{z}) = 2\arg(z)$, então $z$ é um número imaginário puro.
08. $\forall z \in C - \{0\}$ e $\forall n \in Z^+$, temos $\arg(z) \le \arg(z^n)$.
16. Sendo o $\arg(z) = 3\pi/4$ e $|z| = 2$, então $z^{128}$ é um número real puro.

**Questão 18)** Se i é o número complexo cujo quadrado é igual a –1, e n é um número natural maior do que 2, então, pode-se afirmar corretamente que $(\sqrt{2} + \sqrt{2}i)^n$ é um número real sempre que
*Se desejar, utilize a forma trigonométrica de um número complexo.*

a) n for ímpar.
b) n for um múltiplo de 4.
c) n for um múltiplo de 3.
d) n for um múltiplo de 5.

**Questão 19)** Dados os números complexos $z_1 = 1$, $z_2 = -i$ e $z_3 = z_1 + z_2$, a forma trigonométrica de $(z_3)^2$ é

a) $2 \cdot \left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\text{sen}\frac{3\pi}{2}\right)$
b) $2 \cdot \left(\cos\frac{\pi}{2} + i\text{sen}\frac{\pi}{2}\right)$
c) $2 \cdot (\cos\pi + i\text{sen}\pi)$
d) $\sqrt{2} \cdot \left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\text{sen}\frac{3\pi}{2}\right)$
e) $\sqrt{2} \cdot \left(\cos\frac{\pi}{2} + i\text{sen}\frac{\pi}{2}\right)$

**Questão 20)** Assinale a alternativa CORRETA, que representa, respectivamente, o módulo e o argumento relativos ao número complexo $z = 4\sqrt{3} - 4i$.

a) $\sqrt{8}$ e $\frac{\pi}{6}$
b) $\sqrt{32}$ e $\frac{\pi}{6}$
c) 8 e $\frac{11\pi}{6}$
d) 8 e $\frac{\pi}{6}$
e) $\sqrt{32}$ e $\frac{11\pi}{6}$

**Questão 21)** Considere os números complexos
$z_1 = 2(\cos\pi + i\text{sen}\,\pi)$ e $z_2 = -1 + \sqrt{3}\,i$.
Sabendo que $z_3 = z_1 \cdot z_2$, a forma trigonométrica de $z_3$ é

a) $4\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\text{sen}\frac{4\pi}{3}\right)$
b) $4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\text{sen}\frac{\pi}{3}\right)$
c) $4\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\text{sen}\frac{5\pi}{3}\right)$
d) $2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\text{sen}\frac{2\pi}{3}\right)$
e) $2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\text{sen}\frac{\pi}{3}\right)$

**Questão 22)** Dado o número complexo z = 1 + i, a forma polar de $z^3$ é:

a) $z = (\sqrt{2})^3\left[\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\text{sen}\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right]$
b) $z = 2\sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]$
c) $z = 3\sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\text{sen}\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right]$
d) $z = \sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$
e) $z = (\sqrt{3})\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$

**Questão 23)** Sabendo que $z = 2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\text{sen}\frac{2\pi}{3}\right)$ então $z^6$ é igual a:

a) $z = 64(\cos 4\pi + i\,\text{sen} 4\pi)$
b) $z = 128(\cos 6\pi + i\,\text{sen} 6\pi)$
c) $z = 64(\cos\pi - i\,\text{sen}\pi)$
d) $z = 12(\cos 8\pi + i\,\text{sen} 8\pi)$
e) $z = 64(\cos\pi + i\,\text{sen}\pi)$

**Questão 24)** Considere n um número inteiro positivo. Qual é o menor valor de n, de forma que o número complexo $\left(-\sqrt{2}+\sqrt{2}i\right)^n$ seja imaginário puro?

a) 1
b) 3
c) 2
d) 5

**Questão 25)** O argumento principal do número complexo $\frac{3i-1}{2-i}$ é igual a

01. $\frac{\pi}{6}$
02. $\frac{\pi}{4}$
03. $\frac{\pi}{3}$
04. $\frac{2\pi}{3}$
05. $\frac{3\pi}{4}$

**Questão 26)** Dados os números complexos $z_1 = 1 + i$, $z_2 = -i$ e $z_3 = z_1 \cdot z_2$, é correto afirmar que a forma trigonométrica do número complexo $z_3$ é

a) $1\left(\cos\frac{7\pi}{4}+i\,\text{sen}\frac{7\pi}{4}\right)$
b) $2\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\,\text{sen}\frac{\pi}{4}\right)$
c) $2\left(\cos\frac{5\pi}{4}+i\,\text{sen}\frac{5\pi}{4}\right)$
d) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4}+i\,\text{sen}\frac{7\pi}{4}\right)$
e) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\,\text{sen}\frac{3\pi}{4}\right)$

**Questão 27)** São dados os números complexos $u = 2.(\cos\pi + i.\text{sen}\,\pi)$, $v=\sqrt{2}.\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i.\text{sen}\frac{3\pi}{4}\right)$ e $w = a + 3i$, em que a é número real. Considerando que, no plano complexo, as imagens de u, v e w são vértices consecutivos de um retângulo, então a área desse retângulo, em unidades de superfície, é igual a

a) 4
b) $4\sqrt{2}$
c) 8
d) $8\sqrt{2}$
e) 16

GABARITO:

1) **Gab**: 06

2) **Gab**: E

3) **Gab**: A

4) **Gab**: 07

5) **Gab**: B

6) **Gab**: D

7) **Gab**: B

8) **Gab**: D

9) **Gab**: B

10) **Gab**: B

11) **Gab**: D

12) **Gab**:
a)
A matriz dos coeficientes do sistema linear é dada por $A=\begin{pmatrix} m & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & m \end{pmatrix}$.. A soma dos quadrados dos elementos da matriz $A$ é igual a $S_1 = m^2 + 0^2 + 2^2 + 1^2 + (-1)^2 + 1^2 + 2^2 + 0^2 + m^2 = 2m^2 + 11$. Então,

$$A^2 = A\cdot A = \begin{pmatrix} m & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & m \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} m & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m^2+4 & 0 & 4m \\ m+1 & 1 & m+1 \\ 4m & 0 & m^2+4 \end{pmatrix}.$$

A soma dos elementos de $A^2$ é, então, $S_2 = m^2 + 4 + 0 + 4m + m + 1 + 1 + m + 1 + 4m + 0 + m^2 + 4 = 2m^2 + 10m + 11$. Para que $S_1 = S_2$, devemos ter $2m^2 + 11 = 2m^2 + 10m + 11$, ou seja, $m = 0$.
b) Para $m = 2$, temos o sistema linear

$$\begin{cases} 2x+2z=4, \\ x-y+z=3, \\ 2x+2z=4. \end{cases}$$

Note que a primeira e a terceira equações são iguais. Da primeira equação, podemos escrever $z = 2 - x$. Substituindo na segunda equação, concluímos que $y = -1$. Assim, esse sistema tem infinitas soluções: para qualquer número real $a$, $x = a$, $y = -1$ e $z = 2 - a$ é uma solução. Temos então que o produto das variáveis em qualquer solução é dado por $xyz = a.\ (-1)\ .\ (2 - a) = a^2 - 2^a = (a - 1)^2 - 1$. Esse produto é uma função quadrática na variável $a$, cujo coeficiente quadrático é positivo. O gráfico dessa função é uma parábola com a concavidade voltada para cima, cujo vértice fornece o valor mínimo do produto. O vértice dessa parábola tem abscissa em $a = 1$. Portanto, a solução procurada é $x = a = 1,\ y = -1$ e $z = 2 - a = 1$.

13) **Gab**: B

14) **Gab**: D

15) **Gab**:
Este é um problema que aborda sistema linear com três equações e três incógnitas.

$$\begin{cases} 600a + 600b + 800c = 9000 \\ 300a + 600b + 300c = 6300 \\ 100a + 100b + 300c = 2000 \end{cases}$$

em que
a é a pontuação por pessoa inscrita no *site*.
b é a pontuação por atualizações do *site*.
c é a pontuação por visualizações do *site*.
Simplificando o sistema, obtém-se:

$$\begin{cases} 6a + 6b + 8c = 90 & 1^{\text{a}} \text{ equação} \\ 3a + 6b + 3c = 63 & 2^{\text{a}} \text{ equação} \\ a + b + 3c = 20 & 3^{\text{a}} \text{ equação} \end{cases}$$

Multiplicando a 3ª equação por (–6) obtém-se –6a – 6b – 18c = –120.
Somando esta equação obtida com a 1ª equação, obtém-se –10c = –30, ou seja, c = 3.
Multiplicando a 3ª equação por (–3) obtém-se –3a – 3b – 9c = –60.
Somando esta equação obtida com a 2ª equação, obtém-se 3b – 6c = 3.
Substituindo c = 3 nesta última equação, obtém-se b = 7.
Substituindo b = 7 e c = 3 na 3ª equação, obtém-se a = 4.
Portanto, como o site apresenta 900 pessoas inscritas ($900 \cdot 4 = 3600$), 450 atualizações ($450 \cdot 7 = 3150$) e 700 visualizações ($700 \cdot 3 = 2100$), sua pontuação global é de 8850 pontos.

16) **Gab:**
a) $$x \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} + y \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + z \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -10 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x \quad - 10z = 0 \\ -x + y + 7z = 0 \end{cases}$$

Como no sistema linear homogêneo da página anterior,
$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & -10 \\ -1 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 0$, conclui-se que o sistema possível e indeterminado e, portanto, infinitas triplas ordenadas (x, y, z) de números satisfazem a equação matricial dada.
b) V = {(3a – b; – 5a + 2b)}

17) **Gab**: 18

18) **Gab**: B

19) **Gab**: A

20) **Gab**: C

21) **Gab**: C

22) **Gab**: A

23) **Gab**: A

24) **Gab**: C

25) **Gab**: 05

26) **Gab**: D

27) **Gab**: A