Colégio Dinâmico São Lourenço LTDA.

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio

Aluno (a): ____ Data: _____ /_____/ 2018.

Professor (a): ESTEFÂNIO FRANCO MACIEL

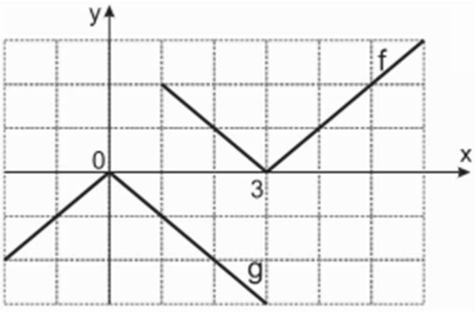
TOP 10 DINÂMICO – MATEMÁTICA – MÓDULO 3

1. (FUVEST) Encontre o valor da expressão:

$$\left[20152016^2 - 2.(20152015)(20152016) + 20152015^2\right].\left[\sqrt[3]{\left(1-\sqrt{2}\right)^3} + \sqrt[3]{\left(1+\sqrt{2}\right)^3}\right].\left[\sqrt{\left(1-\sqrt{5}\right)^2} - \sqrt{\left(1+\sqrt{5}\right)^2}\right]$$

a) – 3 b) 3 c) $2\sqrt{2}$ d) – 4 e) $-2\sqrt{2}$

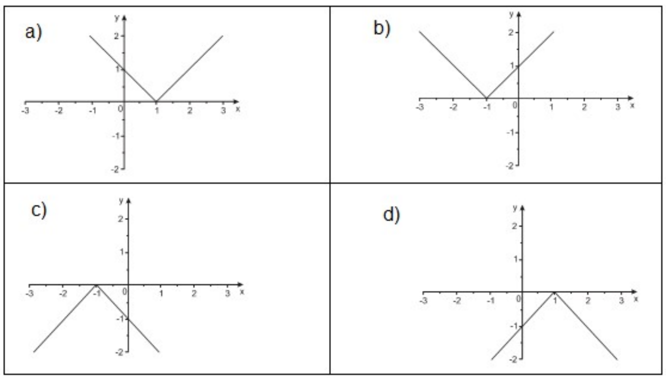
2. (UFPE) No sistema cartesiano representado a seguir, têm-se os gráficos das funções reais f e g.



Qual das igualdades representa uma relação entre as duas funções?

a) $g(x) = f(x+3)$ b) $g(x-3) = f(x)$ c) $g(x) = f(-x-3)$ d) $g(-x) = f(-x+3)$ e) $g(3-x) = -f(x)$

3. (PUC) Considere a função real $f(x) = |-x+1|$. O gráfico que representa a função é:



4. (UERJ) O volume de água em um tanque varia com o tempo de acordo com a seguinte equação:

$V = 10 - |4 - 2t| - |2t - 6|$, $t \in IR_+$

Nela, **V** é o volume medido em m^3 após t horas, contadas a partir de 8h de uma manhã. Determine os horários inicial e final dessa manhã em que o volume permanece constante.

a) Entre e 2h e 3h b) Entre 6h e 8h c) Entre 10h e 11 h d) Entre 11h e 12h

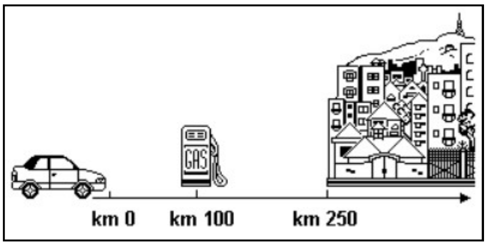
5. (PUC) O valor de $|2 - \sqrt{5}| + |3 - \sqrt{5}|$ é:

a) $5 - 2\sqrt{5}$ b) $5 + 2\sqrt{5}$ c) 5 d) $1 + 2\sqrt{5}$ e) 1

6) (PUC) Se **<u>x</u>** é uma solução de $|2x - 1| < 5 - x$, então:

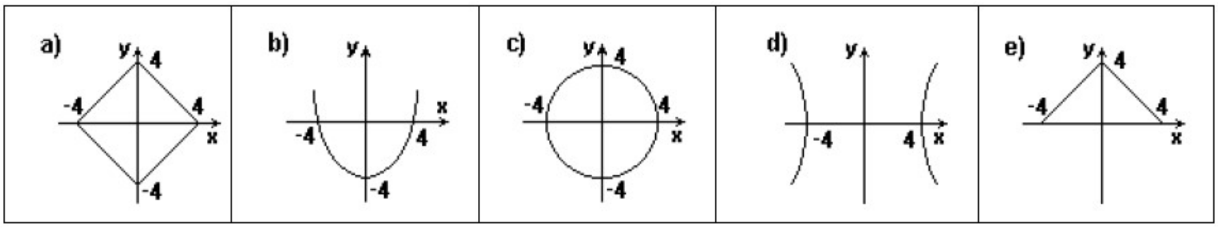
a) $5 < x < 7$ b) $2 < x < 7$ c) $-5 < x < 7$ d) $-4 < x < 7$ e) $-4 < x < 2$

7. (UFRN) Um posto de gasolina encontra-se localizado no km 100 de uma estrada retilínea. Um automóvel parte do km 0, no sentido indicado na figura abaixo, dirigindo-se a uma cidade a 250km do ponto de partida. Num dado instante, **<u>x</u>** denota a distância (em quilômetros) do automóvel ao km 0. Nesse instante, a distância (em quilômetros) do veículo ao posto de gasolina é:

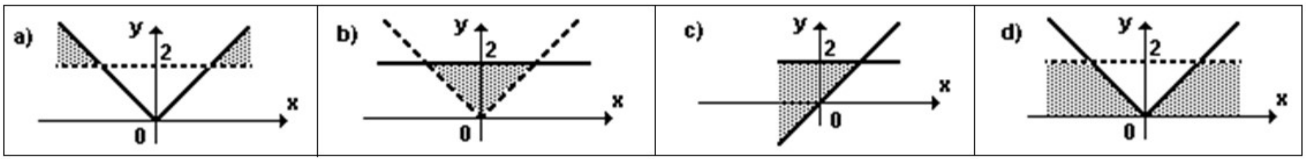


a) $|100 + x|$ b) $x – 100$ c) $100 – x$ d) $|x - 100|$

8. (UNESP) O gráfico da expressão $|x| + |y| = 4$ é dado por:



9. (UFF) Considere o sistema $\begin{cases} y > |x| \\ y \leq 2 \end{cases}$. A região do plano que melhor representa a solução do sistema é:



10. (UFC) O conjunto de soluções da equação $|x - 1| + |x - 2| = 3$ é:

a) {0,1} b) {0,3} c) {1,3} d) {3} e) { }

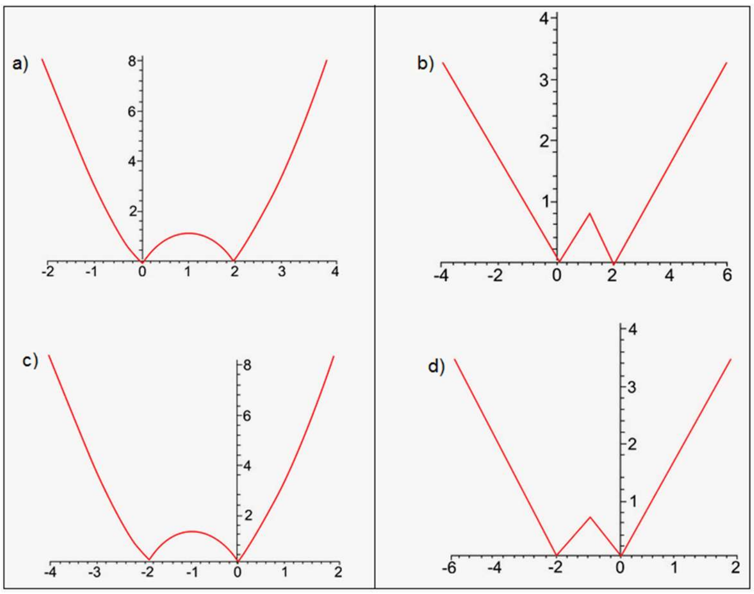
11. (UFJF) O número de soluções negativas da equação $|5x – 6| = x^2$ é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

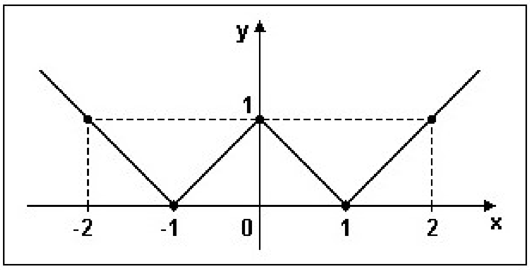
12. (PUC) As raízes reais da equação $|x|^2 + |x| – 6 = 0$ são tais que:

a) a soma delas é – 1 b) o produto delas é – 6 c) ambas são positivas d) o produto delas é – 4

13. (UFCE) Sendo **f(x) = |x² – 2x|**, o gráfico que melhor representa f é:

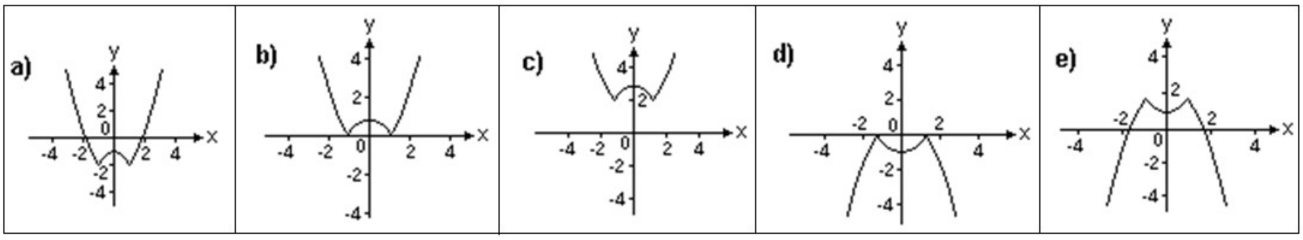


14. (UFES) O gráfico mostrado representa a função:



a) f(x) = || x | – 1|
b) f(x) = | x – 1| + | x + 1| – 2
c) f(x) = || x | + 2 | – 3
d) f(x) = | x – 1|
e) f(x) = || x | + 1| – 2

15. (PUC) Considerando a função f definida por **f(x) = x² – 1**, a representação gráfica da função **g** dada por **g(x) = |– f(x)| – 2** é:



16) Sejam f e g funções reais definidas por $f(x) = 3x + 1$ e $g(x) = x - 2$. Determine:

a) $f(g(5))$
b) $g(f(-2))$
c) $f(g(x))$
d) $g(f(x))$

17) Sejam $f: R \to R$ tal que $f(x) = x^2 - 2x$ e $g: R \to R$ tal que $g(x) = x + 1$. Determine:

a) $f \circ g(1)$

b) $g \circ f(2)$

c) $f(g(f(4)))$

d) $f(f(-1))$

18) Sejam f, g e h funções reais definidas por $f(x) = x^3$, $g(x) = x + 3$ e $h(x) = -x^2$. Determine:

a) $f \circ g(x)$

b) $g \circ f(x)$

c) $h \circ f(x)$

d) $f \circ h(x)$

19) Sejam as funções f e g reais definidas por $f(x) = 2x + a$ e $g(x) = 3x - 2$ com a $\in$ R.
Determine a a fim de que, para todo x real, $f(g(x)) = g(f(x))$.

20) Sejam f e g funções reais definidas por $f(x) = x - 1$ e $g(x) = x^2 - 3$.
Resolva, em R, as equações:

a) $f(g(x)) = 0$.

b) $g(f(x)) = 1$.

c) $g(g(x)) = 1$.

21) Sejam $f(x) = x^2 - 5x + 6$ e $g(x) = 2x + 1$, qual é a solução da equação $\dfrac{f(1) - g(x)}{f[g(2)]} = \dfrac{f(2)}{f(0)}$?

22) Sendo g(x) = 3x + 1 e g(f(x)) = $\dfrac{3x}{2} - 11$, determine f(x).

23) Sendo g(x) = 2x - 1 e f(g(x)) = 2x – 5, determine f(x).

24) Seja a função f definida por $f(x + 2) = 2x^2 - 4x + 3$. Obtenha f (x) .

25) Seja a função $f: R \to R$, definida por $f(x) = -3x + 4$.

a) Obtenha a função inversa f^{-1}.

b) Calcule $f(2)$ e $f^{-1}(-3)$.

26) Determine a função inversa em cada caso:

a) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ ($f: R^* \to R^*$).

b) $h(x) = x^3 - 1$.

c) $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$ ($f:R-\{1\}\to R-\{2\}$).

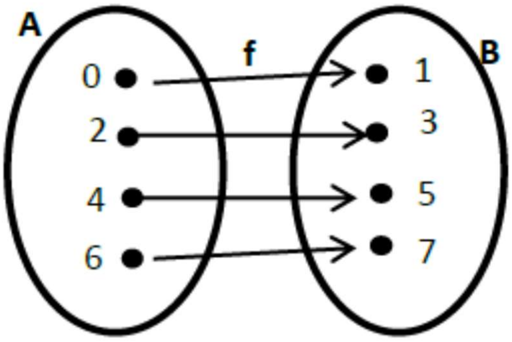
d) $g(x)=\dfrac{1}{x+1}$ ($f:R-\{1\}\to R^{*}$).

27) Obtenha $f^{-1}(7)$, sabendo que $f(x)=\dfrac{1}{3x+1}$.

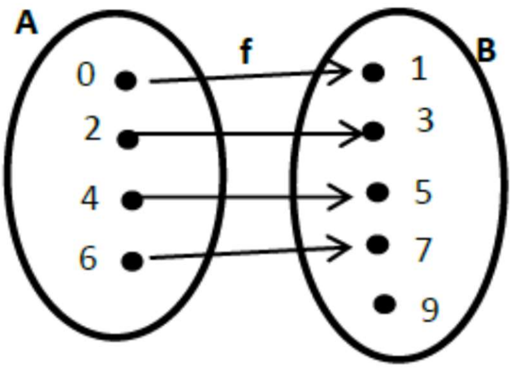
28) Dada f(x) = ax + 3, com a ≠ 0, determine o valor de a sabendo que $f^{-1}(6) = 3$.

29. Verifique se as funções são injetoras, sobrejetoras ou bijetoras:

a) f: A →B



b) f: A →B

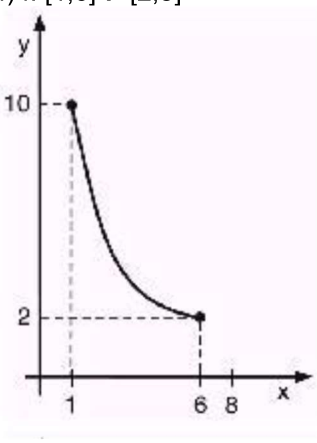


c) f: R → R+ definida por f(x) = x²

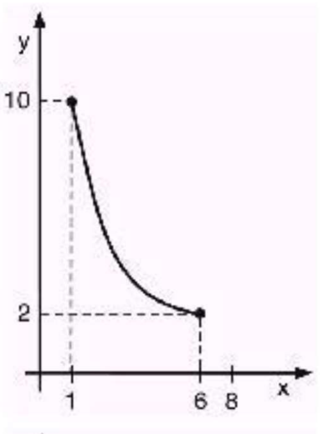
d) f: R → R definida por f(x) = x + 2

e) f:{0;1;2;3;4} → N definida por f(x) = 2x

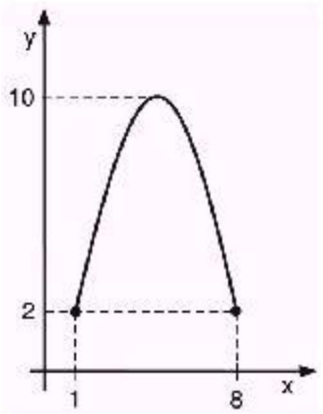
f) f: [1;6]→ [2;8]



g) f: [1;6]→ [0;10]



h) f: [1;8] → [2;10]



30. Analise as afirmações abaixo classificando-as em (V) verdadeiras ou (F) falsas:
a) ( ) Se uma função é bijetora, então é ela sobrejetora.
b) ( ) Toda função injetora é bijetora.
c) ( ) Uma função afim do tipo f(x) = ax + b, com a□0, com domínio e contradomínio nos reais é bijetora.
d) ( ) Qualquer função quadrática é bijetora.
e) ( ) Se qualquer reta paralela ao eixo das abscissas intercepta o gráfico de uma função em um único ponto, então a função é injetora.
f) ( ) Se o contradomínio de uma função é igual ao conjunto imagem, então a função é sobrejetora.
g) ( ) Se uma função é sobrejetora e injetora ao mesmo tempo, então a função é bijetora.
h) ( ) Se uma função é bijetora, então ela é injetora.

Respostas:
1) d;
2) e;
3) a;
4) c;
5) e;
6) e;
7) d;
8) a;
9) b;
10) b;
11) b;

12) d;
13) a;
14) a;
15) a.

16

a) $f(g(5))$ **= f(5-2) = f(3) = 3(3) + 1 = 10.**

b) $g(f(-2))$ **= g[3(-2) + 1] = g(-5) = - 5 – 2 = – 7**

c) $f(g(x))$ **= f(x – 2) = 3(x – 2) + 1 = 3x – 6 + 1 = 3x – 5.**

d) $g(f(x))$ **= g(3x + 1) = (3x + 1) – 2 = 3x – 1.**

17

a) $f \circ g(1)$ **= f(1 + 1) = f(2) = $(2)^2$ – 2 (2) = 4 – 4 = 0.**

b) $g \circ f(2)$ **= g[$(2)^2$ – 2(2)] = g(4 – 4) = g(0) = 0 + 1 = 1.**

c) $f(g(f(4)))$ **= f(g[$(4)^2$ – 2(4)] = f(g(16 – 8)) = f(g(8)) = f(8 + 1) = f(9) = $(9)^2$ – 2(9) = 81 – 18 = 63.**

d) $f(f(-1))$ **= f[$(-1)^2$ – 2(- 1)] = f(1 + 2) = f(3) = $(3)^2$ – 2(3) = 9 – 6 = 3.**

18

a) $f \circ g(x)$ **= f(x + 3) = $(x + 3)^3$ = $x^3 + 6x^2 + 27x + 27$.**

b) $g \circ f(x)$ **= g(x^3) = x^3 + 3.**

c) $h \circ f(x)$ **= h(x^3) = - $(x^3)^2$ = - x^6.**

d) $f \circ h(x)$ **= f(- x^2) = $(- x^2)^3$ = - x^6.**

19

i) f(g(x)) = f(3x – 2) = 2(3x – 2) + a = 6x – 4 + a
ii) g(f(x)) = g(2x + a) = 3(2x + a) – 2 = 6x + 3a – 2
Se f(g(x)) = g(f(x)), então: 6x – 4 + a = 6x + 3a – 2.
Temos: a – 3a = 4 – 2. Logo – 2a = 2 implicando que a = - 1.

VERIFICAÇÃO: f(g(x)) = 6x – 4 – 1 = 6x – 5.
g(f(x)) = 6x + 3(-1) – 2 = 6x – 3 – 2 = 6x – 5.

20

i) f(g(x)) = f(x^2 – 3) = (x^2 – 3) – 1 = x^2 – 4.
ii) g(f(x)) = g(x – 1) = $(x – 1)^2$ – 3 = x^2 – 2x + 1 – 3 = x^2 – 2x – 2.
iii) g(g(x)) = g(x^2 – 3) = $(x^2 – 3)^2$ – 3 = x^4 – 6x^2 + 9 – 3 = x^4 – 6x^2 + 6.

a) $f(g(x)) = 0$. $\boxed{x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2}$

b) $g(f(x)) = 1$. $\boxed{x^2 - 2x - 2 = 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-3) = 0 \Rightarrow x = -1; x = 3}$

c) $g(g(x)) = 1$.
$$\boxed{\begin{array}{l} x^4 - 6x^2 + 6 = 1 \Rightarrow x^4 - 6x^2 + 5 = 0 \\ x^2 = y \Rightarrow y^2 - 6y + 5 = 0 \Rightarrow (y-1)(y-5) = 0 \Rightarrow y = 1; y = 5 \\ y = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \\ y = 5 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5} \end{array}}$$

21

i) f(1) = $(1)^2$ – 5(1) + 6 = 1 – 5 +6 = 2
ii) f(2) = $(2)^2$ – 5(2) + 6 = 4 – 10 + 6 = 0
iii) f(0) = $(0)^2$ – 5(0) + 6 = 0 – 0 + 6 = 6
iv) f(g(2)) = f[2(2) + 1)] = f(4 + 1) = f(5) = $(5)^2$ – 5(5) + 6 = 25 – 25 + 6 = 6

$$\boxed{\frac{f(1) - g(x)}{f[g(2)]} = \frac{f(2)}{f(0)} \Rightarrow \frac{2 - g(x)}{6} = \frac{0}{6} \Rightarrow 2 - g(x) = 0 \Rightarrow g(x) = 2.}$$

22

g(f(x)) = 3.f(x) + 1. Igualando ao valor indicado no problema, temos:

$$3.f(x)+1=\frac{3x}{2}-11 \Rightarrow 6.f(x)+2=3x-22 \Rightarrow 6.f(x)=3x-24$$
$$f(x)=\frac{3x-24}{6}$$

23

Fazendo a substituição de g(x) = 2x – 1 = t, vem: $\begin{cases} 2x-1=t \\ x=\dfrac{t+1}{2} \end{cases}$

$f(g(x))=f(t)=2.\frac{t+1}{2}-5=t-4$ **. Como a lei vale para qualquer variável, temos: f(x) = x – 4.**

24

Substituindo x + 2 = t então x = t – 2.

$$f(x+2)=f(t)=2(t-2)^2-4(t-2)+3$$
$$f(t)=2(t^2-4t+4)-4t+8+3=2t^2-8t+8-4t+8+3$$
$$f(t)=2t^2-12t+19$$

. Como a lei de *f* vale para qualquer variável, temos: f(x) = 2x² – 12x + 19.

25

a) Obtenha a função inversa f^{-1}.

$$f(x)=-3x+4$$
$$y=-3x+4$$
$$x=-3y+4 \Rightarrow 3y=4-x \Rightarrow y=\frac{4-x}{3} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{4-x}{3}.$$

b) Calcule $f(2)$ e $f^{-1}(-3)$.

$$f(2)=-3(2)+4=-6+4=-2$$
$$f^{-1}(-3)=\frac{4-(-3)}{3}=\frac{4+3}{3}=\frac{7}{3}.$$

26

a) $f(x)=\frac{1}{x}$ ($f:R^* \to R^*$).

$$f(x)=\frac{1}{x} \Rightarrow y=\frac{1}{x}$$
$$x=\frac{1}{y} \Rightarrow xy=1 \Rightarrow y=\frac{1}{x} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{1}{x}.$$

b) $h(x)=x^3-1$.

$$h(x)=x^3-1$$
$$y=x^3-1$$
$$x=y^3-1 \Rightarrow y^3=x+1 \Rightarrow y=\sqrt[3]{x+1} \Rightarrow h^{-1}(x)=\sqrt[3]{x+1}.$$

c) $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$ ($f:R-\{1\} \to R-\{2\}$).

$$f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$$
$$y=\frac{2x+1}{x-1}$$
$$x=\frac{2y+1}{y-1} \Rightarrow xy-x=2y+1 \Rightarrow xy-2y=x+1$$
$$y=\frac{x+1}{x-2} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x+1}{x-2}$$

d) $g(x)=\dfrac{1}{x+1}$ $(f: R-\{1\} \rightarrow R^{*})$.

$$g(x)=\frac{1}{x+1}$$
$$y=\frac{1}{x+1}$$
$$x=\frac{1}{y+1} \Rightarrow xy+x=1 \Rightarrow y=\frac{1-x}{x} \Rightarrow g^{-1}(x)=\frac{1-x}{x}.$$

27

$$f(x)=\frac{1}{3x+1}$$
$$y=\frac{1}{3x+1}$$
$$x=\frac{1}{3y+1} \Rightarrow 3xy+x=1 \Rightarrow y=\frac{1-x}{3x} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{1-x}{3x}$$
$$f^{-1}(7)=\frac{1-7}{3(7)}=\frac{-6}{21}=\frac{-3}{7}$$

.

28

$$f(x)=ax+3$$
$$y=ax+3$$
$$x=ay+3 \Rightarrow ay=x-3 \Rightarrow y=\frac{x-3}{a} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x-3}{a}$$
$$f^{-1}(6)=\frac{6-3}{a}=3$$
$$3a=3$$
$$a=1.$$

.

29.

a) bijetora
b) injetora
c) sobrejetora
d) bijetora
e) injetora
f) bijetora
g) injetora
h) sobrejetora

30.

V F V F V V V