Aluno (a): ____ Data: _____ /_____/ 2018.

Professor (a): ESTEFÂNIO FRANCO MACIEL Série: 2º Turma: _____

1ª LISTA DE MATEMÁTICA 211 – 4º BIMESTRE (REVISÃO PARA O REDI)

1. Quais os valores de A e B de forma que $\frac{x+1}{x^2-x}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x-1}$?

Solução. Igualando os denominadores, temos:

$$\frac{x+1}{x^2-x}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x-1}\Rightarrow\frac{x+1}{x^2-x}=\frac{A(x-1)}{x^2-x}+\frac{Bx}{x^2-x}\Rightarrow\frac{x+1}{x^2-x}=\frac{Ax-A+Bx}{x^2-x}.$$

Repare que o denominador do 1º membro foi fatorado em $x^2 - x = x(x - 1)$. Comparando os numeradores com as respectivas partes literais, vem:

$$\begin{cases} Ax+Bx=x\Rightarrow(A+B)=1 \\ -A=1\Rightarrow A=-1 \end{cases}\Rightarrow -1+B=1\Rightarrow B=2.$$ **Logo A = - 1 e B = 2.**

2. Dos polinômios abaixo, qual o único que pode ser identicamente nulo?

a. $a^2 \cdot x^3 + (a - 1)x^2 - (7-b)x$
b. $(a + 1)x^2 + (b^2 - 1)x + (a - 1)$
c. $(a^2 + 1)x^3 - (a - 1)x^2$
d. $(a - 1)x^3 - (b + 3)x^2 + (a - 1)$
e. $a^2x^3 - (3 + b)x^2 - 5x$

Solução. Um polinômio é identicamente nulo se todos os coeficientes são nulos. Vamos analisar cada item.

a) Não será identicamente nulo, pois se a = 1 e b = 7 anula-se somente os termos em x^2 e x. O termo com x^3 terá coeficiente $a^2 = (1)^2$.

b) Não será identicamente nulo, pois se a = 1 e b = 7 anula-se somente os termos em x^2 e independente. O termo com x^2 terá coeficiente $(a + 1) = (1 + 1)^2 = 4$.

c) Não será identicamente nulo, pois, se a = 1 o termo em x^3 será $(a^2 + 1)$ e não se anula.

d) Poderá ser identicamente nulo para a = 1 e b = - 3.

e) Não será identicamente nulo, pois o termo em “x” é diferente de zero e não se anula.

3. Dados os polinômios p, q e r de graus 2, 4 e 5,respectivamente,é verdade que o grau de p + q + r :

a. não pode ser determinados;
b. pode ser igual a 2;
c. pode ser igual a 4;
d. pode ser menor que 5;
e. é igual a 5;

Solução. No produto e na adição de polinômios vale a relação: gr(p.q) = gr(p) + gr(q); gr(p+q) $\leq$ max{gr(p),gr(q)}. Logo, o grau da soma será o maior, logo p + q + r = 5.

4. Se os polinômios $x^2 - x + 4$ e $(x - a)^2 + (x + b)$ são idênticos, então calcule a + b.

Solução. Dois polinômios são idênticos se todos os coeficientes são ordenadamente iguais. Logo, desenvolvemos os polinômios e igualamos termo a termo.

$$\begin{array}{l} x^2 - x + 4 = x^2 - 2ax + a^2 + x + b \\ x^2 - x + 4 = x^2 + (1-2a)x + a^2 + b \\ x^2 = x^2 \\ -1 = 1 - 2a \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \\ a^2 + b = 4 \Rightarrow (1)^2 + b = 4 \Rightarrow b = 4 - 1 = 3. \end{array}$$

Resposta: a + b = 1 + 3 = 4.

5. Se $\frac{2x - x + 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$ com x ≠ 0 e x ≠ -1, calcule o produto (A.B).

Solução. Igualando os denominadores, temos:

$$\frac{2x - x + 1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} \Rightarrow \frac{x+1}{x(x+1)} = \frac{A(x+1)}{x(x+1)} + \frac{Bx}{x(x+1)} \Rightarrow \frac{x+1}{x(x+1)} = \frac{Ax + A + Bx}{x(x+1)}.$$

Comparando os numeradores com as respectivas partes literais, vem:

$$\begin{cases} Ax + Bx = x \Rightarrow (A+B) = 1 \\ A = 1 \end{cases} \Rightarrow 1 + B = 1 \Rightarrow B = 0.$$

Logo (A.B) = 0.

6. Que valores de <u>a</u> e <u>b</u> tornam os polinômios $P_1(x) = x^2 - x - 6$ e $P_2(x) = (x + a)^2 - b$ idênticos?

Solução. Dois polinômios são idênticos se todos os coeficientes são ordenadamente iguais. Logo, desenvolvemos os polinômios e igualamos termo a termo.

$$\begin{array}{l} P_1(x) = x^2 - x - 6 \\ P_2(x) = x^2 + 2ax + a^2 - b \\ P_1(x) = P_2(x) \Rightarrow x^2 - x - 6 = x^2 + 2ax + a^2 \\ x^2 = x^2 \\ -x = 2ax \Rightarrow 2a = -1 \Rightarrow a = \frac{-1}{2} \\ a^2 - b = 6 \Rightarrow \left(\frac{-1}{2}\right)^2 - b = -6 \Rightarrow b = \frac{1}{4} + 6 = \frac{25}{4} \end{array}$$

Resposta: Os valores são: $\boxed{a = \frac{-1}{2}}$ **e** $\boxed{b = \frac{25}{4}}$.

7. Sendo f, g e h polinômios de graus 4 ,6 e 3, respectivamente, o grau de (f + g).h será:

Solução. Como gr(p.q) = gr(p) + gr(q); gr(p+q) $\leq$ max{gr(p),gr(q)}, temos:

i) Seja p = f + g. Então gr(p) = gr(f + g) = max{gr(f), gr(g)} = gr(g) = 6

ii) Sega q = p.h = [(f + g).h]. Então gr(q) = gr[(f + g).h] = gr(p.h) = gr(p) + gr(h) = 6 + 3 = 9.

8. Se P(x) é um polinômio de grau 5, qual o grau de $[P(x)]^3 + [P(x)]^2 + 2P(x)$ é:

Solução. Como gr(p.q) = gr(p) + gr(q); gr(p+q) $\leq$ max{gr(p),gr(q)}, observamos que o grau do polinômio resultante será o maior da expressão: $[P(x)]^3$. Se P(x) possui grau 5, há um termo (x^5) e esse termo elevado ao cubo possuirá grau $(x^5)^3 = x^{15}$. Como ele será o termo dominante, todo o polinômio terá grau 15.

9. Se A(x – 3)(x – 2) + Bx(x - 3) + Cx(x – 2) = 12, calcule os valores de A, B e C.

Solução. Desenvolvendo as expressões e igualando ao termo do 2º membro, temos:

$$A(x^2-5x+6)+Bx^2-3Bx+Cx^2-2Cx=Ax^2-5Ax+6A+Bx^2-3Bx+Cx^2-2Cx=12$$

$$\begin{cases}(A+B+C)x^2=0\\(-5A-3B-2C)x=0\\6A=12\Rightarrow A=2.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(2+B+C)=0\\(-5(2)-3B-2C)=0.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}B+C=-2\\-3B-2C=10.\end{cases}$$

$$\begin{cases}3B+3C=-6\\-3B-2C=10.\end{cases}\Rightarrow C=-6+10=4$$

$$3B+3(4)=-6\Rightarrow 3B=-6-12\Rightarrow 3B=-18\Rightarrow B=-6.$$

Resposta: A = 2; B = - 6; C = 4.

10. Se os polinômios $P(x) = 4x^4 - (r + 2)x^3 - 5$ e $Q(x) = sx^4 + 5x^3 - 5$ são idênticos, qual o valor de $r^3 - s^3$?

Solução. Dois polinômios são idênticos se todos os coeficientes são ordenadamente iguais. Logo, desenvolvemos os polinômios e igualamos termo a termo.

$$P(x)=4x^4-(r+2)x^3-5$$
$$Q(x)=sx^4+5x^3-5$$
$$P(x)=Q(x)\Rightarrow 4x^4-(r+2)x^3-5=sx^4+5x^3-5$$
$$4x^4=sx^4\Rightarrow s=4$$
$$-(r+2)x^3=5x^3\Rightarrow -r-2=5\Rightarrow r=-7$$
$$r^3-s^3=(-7)^3-(4)^3=-343-64=-407$$

Resposta: O valor de $r^3 - s^3$ é - 407.

11. Dado o polinômio $P(x) = x^3 - 2x^2 + mx - 1$, onde m $\in$ R e seja P(a) o valor de **P** para x = a. Se P(2) = 3.P(0), calcule P(m).

Solução. Encontrando o valor numérico de P(x) para x = 2 e x = 0, temos:

$$P(2)=(2)^3-2(2)^2+m(2)-1=8-8+2m-1=2m-1$$
$$P(0)=(0)^3-2(0)^2+m(0)-1=-1$$
$$P(2)=3.P(0)\Rightarrow 2m-1=3(-1)\Rightarrow 2m=1-3\Rightarrow m=\frac{-2}{2}=-1$$
$$P(-1)=(-1)^3-2(-1)^2+(-1).(-1)-1=-1-2+1-1=-3$$
$$P(m)=P(-1)=-3$$

Resposta: O valor de P(m) é - 3.

12. Sejam os polinômios f = $2x^3 - 3x^2 + 3$; g = $x^2 + 3$ e h = $x^3 - 2x^2$. Calcule os números reais a e b, tais que f = ag + bh.

Solução. Calculando separadamente os termos do 2º membro da igualdade pedida, temos:

i)
$$ag=a(x^2+3)=ax^2+3a$$
$$bh=b(x^3-2x^2)=bx^3-2bx^2$$

ii)
$$f=ag+bh\Rightarrow 2x^3-3x^2+3=ax^2+3a+bx^3-2bx^2$$
$$2x^3-3x^2+3=bx^3+(a-2b)x^2+3a$$
$$\begin{cases}2x^3=bx^3\Rightarrow b=2\\ -3=a-2b\Rightarrow -3=a-2(2)\Rightarrow -3=a-4\Rightarrow a=1\end{cases}$$

Resposta: Os valores são: a = 1 e b = 2.

13. Dado o polinômio P(x) = $x^n + x^{n-1} + \ldots + x^2 + x + 3$, se n for ímpar, calcule P(-1).

Solução. Se n é ímpar, $(-1)^n = -1$ e se n for par, $(-1)^2 = 1$. Os expoentes de x variam de 1 a n, com n ímpar. Isso significa que há um elemento ímpar a mais que os pares. Logo, a substituição em P(-1) terá a configuração: P(-1) = $\underline{(-1)^n + (-1)^{n-1} + \ldots + (-1)^2}$ + (-1) + 3 . A parte sublinhada se anula pois há a mesma quantidade de valores porém com sinais trocados. Sobra então: - 1 + 3 = 2.

Resposta: P(- 1) = 2.

14. Qual o grau do polinômio P(x) = $(x - 1).(x - 2)^2.(x - 3)^3 .(\ldots).(x - 10)^{10}$?

Solução. Como gr(p.q) = gr(p) + gr(q), observamos que cada termo possui o grau do expoente fora do parênteses. Então: gr[P(x)] = gr[(x − 1)] + gr[$(x - 1)^2$] +... + gr[$(x - 1)^{10}$]. Essa soma resume-se a soma de uma Progressão Aritmética de razão 1:

S_{10} = 1 + 2 + 3 + ... + 10 = $\frac{(1+10).10}{2}=55$**. Logo, gr[P(x)] = 55.**

15. Qual o valor de m.n.p para que o polinômio $P(x)=(C_m^2-1)x^2+(A_n^m-20)x+(p-8)!$ - 2 seja identicamente nulo?

Solução. Calculando separadamente os valores dos coeficientes de cada termo e igualando a zero, vem:

i)
$$C_m^2-1=0\Rightarrow\frac{m!}{2!(m-2)!}-1\Rightarrow\frac{m!}{2!(m-2)!}=1\Rightarrow m!=2!(m-2)!\Rightarrow m(m-1)(m-2)!=2!(m-2)!$$
$$m(m-1)=2!\Rightarrow m^2-m=2\Rightarrow m^2-m-2=0\Rightarrow(m-2).(m+1)=0\Rightarrow m=2\rightarrow(m=-1\notin N)$$

ii) $A_n^m - 20 = 0 \Rightarrow A_n^2 - 20 \Rightarrow n.(n-1) = 20 \Rightarrow n^2 - n - 20 = 0 \Rightarrow (n-5).(n+4) = 0$
$m = 5 \rightarrow (m = -4 \notin N)$

iii) $(p-8)! - 2 = 0 \Rightarrow (p-8)! = 2 \Rightarrow p - 8 = 2 \Rightarrow p = 10$

Logo, m.n.p = (2).(5).(10) = 100.

1. (UFMG) – O quociente da divisão de $P(x) = 4x^4 - 4x^3 + x - 1$ por $q(x) = 4x^3 + 1$ é:

a. x – 5
b. x – 1
c. x + 5
d. 4x – 5
e. 4x + 8

2. (UFPE) – Qual o resto da divisão do polinômio $x^3 - 2x^2 + x + 1$ por $x^2 - x + 2$?

a. x + 1
b. 3x + 2
c. -2x + 3
d. x – 1
e. x – 2

3. (CEFET-PR) – O quociente da divisão de $P(x) = x^3 - 7x^2 + 16x - 12$ por $Q(x) = x - 3$ é:

a. x – 3
b. $x^3 - x^2 + 1$
c. $x^2 - 5x + 6$
d. $x^2 - 4x + 4$
e. $x^2 + 4x - 4$

4. (UNICAMP-SP) – O resto da divisão do polinômio $P(x) = x^3 - 2x^2 + 4$ pelo polinômio $Q(x) = x^2 - 4$ é:

a. R(x) = 2x – 2
b. R(x) = -2x + 4
c. R(x) = x + 2
d. R(x) = 4x – 4
e. R(x) = -x + 4

5. (PUC-PR) – O resto da divisão de $x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 5x + 1$ por x – 2 é:

a. 1

b. 20
c. 0
d. 19
e. 2

6. (PUC-BA) – O quociente da divisão do polinômio $P = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ pelo polinômio $q = x - 1$ é:

a. x
b. $x - 1$
c. $x^2 - 1$
d. $x^2 - 2x + 1$
e. $x^2 - 3x + 3$

7. (UEM-PR) – A divisão do polinômio $2x^4 + 5x^3 - 12x + 7$ por $x - 1$ oferece o seguinte resultado:

a. $Q = 2x^3 + 7x^2 + 7x - 5$ e $R = 2$
b. $Q = 2x^3 + 7x^2 - 5x + 2$ e $R = 2$
c. $Q = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 9$ e $R = 16$
d. $Q = 2x^3 + 7x^2 - 5x + 2$ e $R = 0$
e. $Q = 2x^3 + 3x^2 - 15x + 22$ e $R = 2$

8. (CESGRANRIO-RJ) – O resto da divisão de $4x^9 + 7x^6 + 4x^3 + 3$ por $x + 1$ vale:

a. 0
b. 1
c. 2
d. 3
e. 4

9. (UFRS) – A divisão de p(x) por $x^2 + 1$ tem quociente $x - 2$ e resto 1. O polinômio P(x) é:

a. $x^2 + x - 1$
b. $x^2 + x + 1$
c. $x^2 + x$
d. $x^3 - 2x^2 + x - 2$
e. $x^3 - 2x^2 + x - 1$

10. (UFSE) – Dividindo-se o polinômio $f = x^4$ pelo polinômio $g = x^2 - 1$, obtém-se quociente e resto, respectivamente, iguais a:

a. $x^2 + 1$ e $x + 1$
b. $x^2 - 1$ e $x + 1$
c. $x^2 + 1$ e $x - 1$
d. $x^2 - 1$ e -1
e. $x^2 + 1$ e 1

11. (FATEC-SP) – Se um fator do polinômio $P(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 2$ é $Q(x) = x^2 - 3x + 1$, então o outro fator é:

a. $x - 2$
b. $x + 2$

c. -x – 2
d. -x + 2
e. x + 1