Aluno (a): ____ Data: _____ /_____/ 2018.

Professor (a): ESTEFÂNIO FRANCO MACIEL

TOP 10 DINÂMICO – MATEMÁTICA – MÓDULO 7

PROGRESSÕES

1) (UERJ) Maurren Maggi foi a primeira brasileira a ganhar uma medalha olímpica de ouro na modalidade salto a distância. Em um treino, no qual saltou **n** vezes, a atleta obteve o seguinte desempenho:
- todos os saltos de ordem ímpar foram válidos e os de ordem par, inválidos;
- O primeiro salto atingiu a marca de 7,04m, o terceiro a marca de 7,07m e assim sucessivamente cada salto aumentou sua medida em 3cm.
O último salto foi de ordem ímpar e atingiu a marca de 7,22m Calcule **n**.
13.

2) (PUC) Temos uma progressão aritmética de 20 termos onde o 1º termo é igual a 5. A soma de todos os termos dessa progressão aritmética é 480. O décimo termo é igual a:

(A) 20 (B) 21 (C) 22 **(D)** 23 (E) 24

3) (FUVEST) A soma de todas as frações irredutíveis, positivas, menores do que 10, de denominador 4, e:

a) 10 b) 20 c) 60 d) 80 **e)** 100

4) As medidas do lado, do perímetro e da área de um triângulo equilátero são nessa ordem, números em progressão aritmética. A razão dessa progressão é:
a) $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ b) 20 c) $\frac{40\sqrt{3}}{3}$ d) $20\sqrt{3}$ e) $40\sqrt{3}$

5) Numa sala de aula cada um dos 100 alunos recebe um número que faz parte de uma sequência que está em progressão aritmética. Sabendo que a soma de todos os números é 15050 e que a diferença entre o 46º e o 1º é 135, determine o 100º número.

299

6) (FUVEST) Uma progressão aritmética e uma progressão geométrica têm, ambas, o primeiro termo igual a 4, sendo que os seus terceiros termos são estritamente positivos e coincidem. Sabe-se ainda que o segundo termo da progressão aritmética excede o segundo termo da progressão geométrica em 2 unidades. Então, o terceiro termo das progressões é:

a) 10 b) 12 c) 14 **d)** 16 e) 18

7) Um veículo parte de uma cidade A em direção a uma cidade B, distante 500km. Na 1ª hora do trajeto ele percorre 20km, na 2ª hora 22,5km, na 3ª hora 25km e assim sucessivamente. Ao completar a 12ª hora do percurso, a que distância esse veículo estará de B?

a) 95 km b) 115 km c) 125 km d) 135 km e) 155 km

8) (UFRJ) Mister MM, o Mágico da Matemática, apresentou-se diante de uma plateia com 50 fichas, cada uma contendo um número. Ele pediu a uma espectadora que ordenasse as fichas de forma que o número de cada uma, excetuando-

se a primeira e a última, fosse a média aritmética do número da anterior com o da posterior. Mister MM solicitou a seguir à espectadora que lhe informasse o valor da décima sexta e da trigésima primeira ficha, obtendo como resposta 103 e 58 respectivamente. Para delírio da plateia, Mister MM adivinhou então o valor da última ficha. Determine você também este valor.

1

9) São dadas duas progressões: uma aritmética (PA) e outra geométrica (PG).
Sabe-se que:
- a razão da PG é 2;
- em ambas o primeiro termo é igual a 1;
- a soma dos termos da PA é igual à soma dos termos da PG;
- ambas têm 4 termos.

Pode-se afirmar que a razão da PA é:

a) 1/6 b) 5/6 c) 7/6 d) 9/6 e) 11/6

10) O professor G. Ninho, depois de formar uma progressão aritmética de 8 termos, começando pelo número 3 e composta apenas de números naturais, notou que o 2°, o 4° e o 8° termos formavam, nessa ordem, uma progressão geométrica. G. Ninho observou ainda que a soma dos termos dessa progressão geométrica era igual a:

a) 42 b) 36 c) 32 d) 28 e) 24

MATRIZES E DETERMINANTES

1 – Dadas as matrizes $A = [a_{ij}]_{2x2}$ tal que $a_{ij} = i^j$ e $B = [b_{ij}]_{2x2}$ tal que $b_{ij} = j^i$, determine:

a) $a_{11} + b_{11}$ 2 b) $a_{22}.(b_{11} + b_{22})$ 20 c) $a_{21}.b_{21}$ 2

2 - (UEL-PR) Uma matriz quadrada **A** é simétrica se **A = A^T**. Assim se a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2y \\ x & 0 & z-1 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ é simétrica, calcule x + y + z.

7

3 – Uma matriz A é do tipo 3 x 5, outra matriz B é do tipo 5 x 2 e a matriz C é do tipo m x 4. Qual o valor de **m** para que exista o produto (A**.**B)**.**C?

m = 2.

4 - Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \end{bmatrix}$ obtenha **X** tal que **X**.A = B.

$\boxed{X = \begin{bmatrix} \frac{6}{7} & \frac{10}{7} \end{bmatrix}}$.

5 - (FGV-2004) Uma matriz X possui elementos cuja soma vale 1. Se $X.\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.X^T = [1]$ onde X^T é a transposta de X , calcule o produto dos elementos de X.

0

6 – Determine **x** e **y** na igualdade $\begin{bmatrix} x & 3 \\ 4 & y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 8 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 12 & -6 \end{bmatrix}$

5 e -3

7 – Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$, determine A + 2.B^T.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{8} & \mathbf{5} \\ \mathbf{0} & \mathbf{5} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

8 – Justifique em cada caso o motivo do determinante ser nulo.

a) $\begin{vmatrix} -4 & 5 & 1 \\ -8 & 10 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{vmatrix} = 0$ b) $\begin{vmatrix} -7 & 12 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ 4 & 13 & 0 \end{vmatrix} = 0$ c) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 4 \\ -1 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 0$

a) O determinante é nulo, pois a 2ª linha é dobro da 1ª linha.
b) O determinante é nulo, pois a 3ª coluna inteira é formada por zeros.
c) A 3ª coluna é a soma do dobro da 1ª linha com a 2ª linha: 5 = 1 x 2 + 3; 4 = 2 x 2 + 0 e 2 = - 1 x 2 + 4.

9 – Encontre o determinante de cada matriz.

a) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & -3 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 6 & -1 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 8 & 9 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

-119, 72, 0

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 6 & -1 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = (-3).\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 6 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix} = (-3).\left((-2).\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + (4).\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \right) =$$
$$= (-3)[(-2).(0) + (4).(-6)] = (-3).[-24] = 72$$

OBS: Repare que no determinante 3 x 3 foram escolhidos na 2ª coluna os elementos a_{12} e a_{22}.

c) O determinante de uma matriz triangular é o produto dos elementos da diagonal. Como um desses elementos é zero, o determinante é nulo.

$$\begin{vmatrix} 8 & 9 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (8).(2).(0).(1) = 0$$

10 – **(Unicamp-2006)** Sejam dados: a matriz $A = \begin{pmatrix} x-1 & x-1 & x-1 \\ x-1 & 1 & 2 \\ x-1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, encontre o conjunto solução da equação $\det(A) = 0$

1 ou 2

11 – Sabendo que $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 11 \\ 7 & 6 & 1 & 2 \\ 2 & -5 & 5 & 8 \\ 7 & 2 & -3 & -4 \end{vmatrix} = -1470$, calcule os determinantes das seguintes matrizes.

a) $\begin{vmatrix} 7 & 2 & -3 & -4 \\ 7 & 6 & 1 & 2 \\ 2 & -5 & 5 & 8 \\ 2 & -3 & 4 & 11 \end{vmatrix} =$ **1470** b) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 11 \\ 7 & 6 & 14 & 2 \\ 2 & -5 & 4 & 8 \\ 7 & 2 & 14 & -4 \end{vmatrix} =$ **0** c) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 8 & 11 \\ 7 & 6 & 2 & 2 \\ 2 & -5 & 10 & 8 \\ 7 & 2 & -6 & -4 \end{vmatrix} =$ **– 2940**

12 – (ITA) Se $\det\begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix} = -1$, calcule o valor do $\det\begin{bmatrix} -2a & -2b & -2c \\ 2p+x & 2q+y & 2r+z \\ 3x & 3y & 3z \end{bmatrix}$ **= 12**.

= 12.

SISTEMAS LINEARES

1) (Ufrs) O sistema linear

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 4x + my = 2 \end{cases}$$

é possível e determinado se e somente se
) m = 2 b) m = 4 c) m ≠ -4 d) m ≠ 1 e) 4m = 1
Alternativa C

2)(Fgv) Se o sistema linear

$$\begin{cases} 3x - 5y = 12 \\ 4x + 7y = 19 \end{cases}$$

for resolvido pela Regra de Cramer, o valor de x será dado por uma fração cujo denominador vale:
) 41 b) 179 c) -179 d) 9 e) -9
Alternativa A

3) O valor de m para que o sistema seja possível e determinado é:

$$\begin{cases} x - y - z = 1 \\ 2x + y + 3z = 6 \\ mx + y + 5z = 9 \end{cases}$$

) m = -5 b) m ≠ -5 c) m = 5 d) m ≠ 5 e)m≠10
Alternativa D

4) Ruth vende, em reais, sacolas descartáveis dos tipos I, II e III, a preços de x, y e z, respectivamente. Os resultados de suas vendas, ao longo de três dias consecutivos, estão representados na tabela a seguir.

Dias	Sacolas Tipo I	Sacolas Tipo II	Sacolas Tipo III	Total (R$)
Primeiro	0	1	2	13,00
Segundo	5	2	1	21,00
Terceiro	5	1	1	18,00

Com base nessa tabela, o valor de x + y + z é igual a:
a) R$ 30,00 b) R$ 25,00 c) R$ 20,00 d) R$ 15,00 e) R$ 10,00
Alternativa E

5)No sistema abaixo, o valor de K para que o sistema seja impossível é:

$$\begin{cases} Kx - 2z = 0 \\ 2x + 4z = 1 \end{cases}$$

a)K=2 b)k=-1 c)k≠ -1 d)k=3 e) k=1
Alternativa B

6) O sistema linear abaixo, nas incógnitas x e y, será impossível quando:

$$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x - py = 2 \end{cases}$$

a) Nunca b) p ≠ –6 c) p ≠ –6 d) p = –6 e) p = –6
Alternativa D

7)Se o sistema de equações lineares $\begin{cases} 3x + 3y = 4 \\ x - ay = 2 \end{cases}$ onde a é um número real é *impossível,* então:
a)a = 2 b)a = 1 c) a = 0 d) a = -1 e) a = -2
Alternativa D

8) Um supermercado vende três marcas diferentes A, B e C de sabão em pó, embalados em caixas de 1 kg. O preço da marca A é igual à metade da soma dos preços das marcas B e C. Se uma cliente paga R$ 14,00 pela compra de dois pacotes do sabão A, mais um pacote do sabão B e mais um do sabão C, o preço que ela pagaria por três pacotes do sabão A seria:
a) R$ 12,00 b) R$ 10,50 c) R$ 13,40 d) R$ 11,50 e) R$ 13,00

Alternativa B

9) O sistema
$$\begin{cases} mx + y = 0 \\ x + my = 0 \end{cases}$$
a) é impossível, se m = 0 b) tem mais de uma solução, se m = –1 c) tem solução única, se m = 1
d) admite apenas solução nula, qualquer que seja m e) admite mais de uma solução, qualquer que seja m ≠ 1/2
Alternativa B

10) Dado o sistema de equações lineares
sabe–se que (x , y, 20) é solução do mesmo. Nessas condições, determine x e y.
$$\begin{cases} 4x - 3y + z = -9 \\ -8x + 6y - 2z = 18 \\ x - 3y + z = 6 \end{cases}$$
Resp: x= -5 e y= 3.

11) Em um estacionamento há motos e carros, num total de 50 veículos.Sabe-se que existem 150 rodas.Qual o total de carros e motos no estacionamento?
Resp: 25 motos e 25 carros.

12) No Parque de Diversões Dia Feliz, os ingressos custam R$ 10,00 para adultos e R$ 6,00 para crianças. No último domingo, com a venda de 400 ingressos, a arrecadação foi de R$ 3.000,00. A razão entre o número de adultos e crianças pagantes foi:
a) 3/5 b) 2/3 c) 2/5 d) 3/4 e) 4/5
Alternativa A

13) O sistema linear

$$\begin{cases} 5x + y - z = 0 \\ -x - y + z = 1 \\ 3x - y + z = 2 \end{cases}$$

a) Impossível. b) Impossível e indeterminado. c) Possível e determinado.
d) Impossível e determinado. e) Possível e indeterminado**.**
Alternativa E
Dica!(Calcule o D , se for igual a zero, escalone o sistema e veja se encontra 0=0).

14) Resolvendo o sistema abaixo, obtém-se para z o valor:

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y - 2z = 1 \\ 6y + 3z = -12 \end{cases}$$

a) – 3 b) – 2 c) 0 d) 2 e) 3
Alternativa D

15) Num bar paga-se R$ 5,80 por 5 pastéis e 3 copos de refrigerante. No mesmo local, 3 pastéis e 2 copos de refrigerante custam R$ 3,60. Nesse caso, cada copo de refrigerante custa:
a) R$ 0,70. b) R$ 0,50. c) R$ 0,30 a menos do que o preço de cada pastel.
d) R$ 0,20 a mais do que o preço de cada pastel. e) R$ 0,20 a menos do que o preço de cada pastel.
Alternativa E