

Módulo 50

Classificação de funções

Exercícios de Aplicação

01. Unimontes-MG

As tabelas a seguir representam algumas conjugações do verbo estar.

Tabela 1		Tabela 2	
A	B	A	B
eu	estou	eu	estava
tu	estás	tu	estavas
ele	está	ele	estava
nós	estamos	nós	estávamos
vós	estais	vós	estáveis
eles	estão	eles	estavam

Tabela 3		Tabela 4	
A	B	A	B
eu	estivesse	eu	estaria
tu	estivesse	tu	estarias
ele	estivesse	ele	estaria
nós	estivéssemos	nós	estaríamos
vós	estivésseis	vós	estaríeis
eles	estivessem	eles	estariam

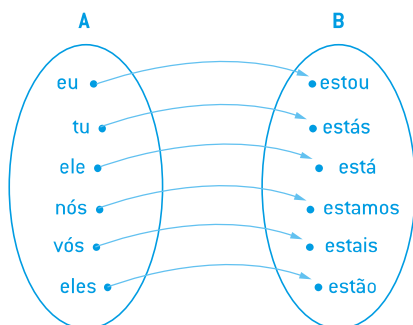
Das tabelas anteriores, a única que representa uma bijeção de A em B é a:

- tabela 1.
- tabela 2.
- tabela 3.
- tabela 4.

Resolução

Analisando as tabelas e construindo um diagrama de flechas, temos que aquela que representa uma bijeção de A em B é:

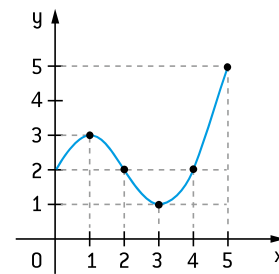
Tabela 1



Alternativa correta: A

02.

Considere a função $f: [0; 5] \rightarrow \mathbb{R}$, definida pelo gráfico:



Apresente dois motivos que justifiquem f não ser bijetora.

Resolução

Do gráfico, conclui-se que:

$f(0) = f(2) = f(4) = 2$, portanto f não é injetora.

$\text{Im}(f) = [1, 5] \neq \mathbb{R} = \text{CD}(f)$, portanto f não é sobrejetora.

03. UEL-PR

Observe a imagem a seguir, utilizada como peça publicitária em uma campanha para venda associada de jornais e livros de literatura, e responda à questão.

Pode se preparar. Sua semana está prestes a se tornar muito mais emocionante.

Peça publicitária veiculada pelo jornal *Folha de S. Paulo*, 18 maio 2003, p. A21.

Na disposição dos elementos que integram a peça publicitária, considere:

A = conjunto formado pelos dias da semana.

B = conjunto formado pelas ações associadas aos dias da semana.

Sobre esses conjuntos, é correto afirmar:

- Existe uma função $f: A \rightarrow B$ bijetora.
- Existe uma função $f: A \rightarrow B$ injetora e não sobrejetora.
- Existe uma função $f: B \rightarrow A$ sobrejetora e não injetora.
- Existe uma função $f: B \rightarrow A$ injetora e não sobrejetora.
- Existe uma relação $R: A \rightarrow B$ que não é uma função.

Resolução

De acordo com as informações apresentadas, temos:

- A cada dia da semana está associada uma única ação ($f: A \rightarrow B$).
- Para dias da semana distintos, temos ações distintas a eles associadas. Logo, a função é injetora.
- Cada ação é associada a um único dia da semana. Logo, a função é sobrejetora.

Assim, a função $f: A \rightarrow B$ é bijetora.

Alternativa correta: A

Habilidade

Reconhecer função injetora, sobrejetora e bijetora.

Exercícios Extras

04. ITA-SP

Seja $D = \mathbb{R} - \{1\}$ e $f: D \rightarrow D$ uma função dada por $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$.

Considere as afirmações:

- f é injetiva e sobrejetiva.
- f é injetiva, mas não sobrejetiva.
- $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$, para todo $x \in D, x \neq 0$.
- $f(x) \cdot f(-x) = 1$, para todo $x \in D$.

Então, são verdadeiras:

- apenas I e III.
- apenas I e IV.
- apenas II e III.
- apenas I, III e IV.
- apenas II, III e IV.

05.

Seja a função $f: A \rightarrow B$ definida por $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

- Se $A = \mathbb{R}$, determine o conjunto B para que f seja sobrejetora.
- Se $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq k\}$ e B o conjunto determinado no item anterior, obtenha o maior valor de k para que f seja bijetora.

Seu espaço

Sobre o módulo

Neste módulo, desenvolvemos um estudo sobre classificação ou tipo de funções.

Assim como no módulo anterior, enfatizamos que a teoria e os primeiros exemplos sejam desenvolvidos com calma, uma vez que se trata de conteúdo novo, e que toma como base a aplicação de diferentes tipos de função.

Bom trabalho!

Exercícios Propostos

Da teoria, leia os tópicos 2A, B, C e D.

Exercícios de ◆ tarefa ◆ reforço ◆ aprofundamento

◆ 06.

Verifique se a função afim $f(x) = 3x - 5$ é:

- injetora.
- sobrejetora.
- bijetora.

◆ 07.

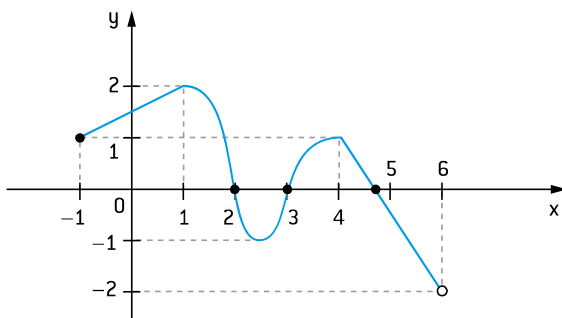
Verifique se a função real $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2$, é injetora, sobrejetora, bijetora, não injetora ou não sobrejetora. Justifique.

◆ 08.

Verifique se a função real $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$, definida por $f(x) = x^2$, é injetora, sobrejetora, bijetora, não injetora ou não sobrejetora. Justifique.

◆ 09. Unifor-CE

Considere a função f , de $[-1, 6[$ em \mathbb{R} , dada pelo gráfico a seguir.



É correto afirmar que:

- f é crescente para todo $x \in \left[\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right]$.
- o conjunto imagem de f é o intervalo $[-2, 2]$.
- f é bijetora.
- f admite exatamente três raízes reais.
- $f(-1) + f(2) + f(4) + f(-6) = 0$.

◆ 10.

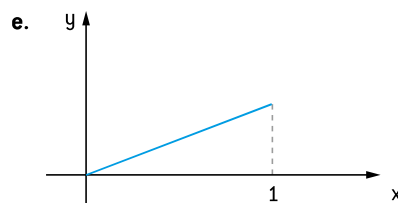
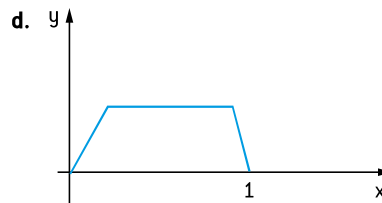
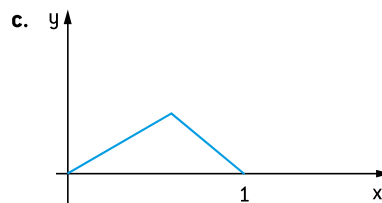
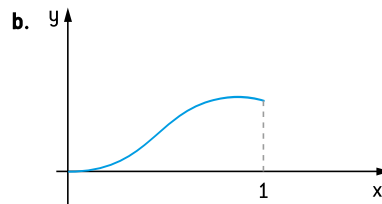
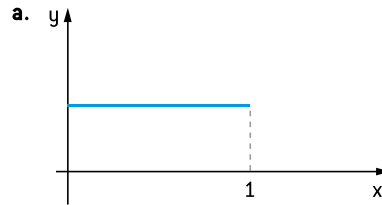
Verifique se a função real $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2$, é injetora, sobrejetora, bijetora, não injetora ou não sobrejetora. Justifique.

◆ 11.

Verifique se a função real $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, definida por $f(x) = x^2$, é injetora, sobrejetora, bijetora, não injetora ou não sobrejetora. Justifique.

◆ 12. Unifesp

Há funções $y = f(x)$ que possuem a seguinte propriedade: “a valores distintos de x correspondem valores distintos de y ”. Tais funções são chamadas injetoras. Qual, dentre as funções cujos gráficos aparecem a seguir, é injetora?



◆ 13. UFMA

Se a função $f: [1; 5] \rightarrow [a; b]$, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 5, & \text{se } 1 \leq x \leq 3 \\ 2x - 4, & \text{se } 3 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

é sobrejetora, então $a + b$ é igual a:

- 4
- 5
- 6
- 7
- 8

14.

Dada a função $f(x) = x^2 - 4x + 3$, definida de A em B, determine:

- o mais amplo conjunto B para que f seja uma função sobrejetora;
- os mais amplos conjuntos A para que f seja injetora.

15.

A função real definida por $f(x) = x^3$ é injetora? Justifique.

16.

Classifique as funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} apresentadas nos gráficos a seguir em: injetora, sobrejetora, bijetora, não injetora e não sobrejetora.

