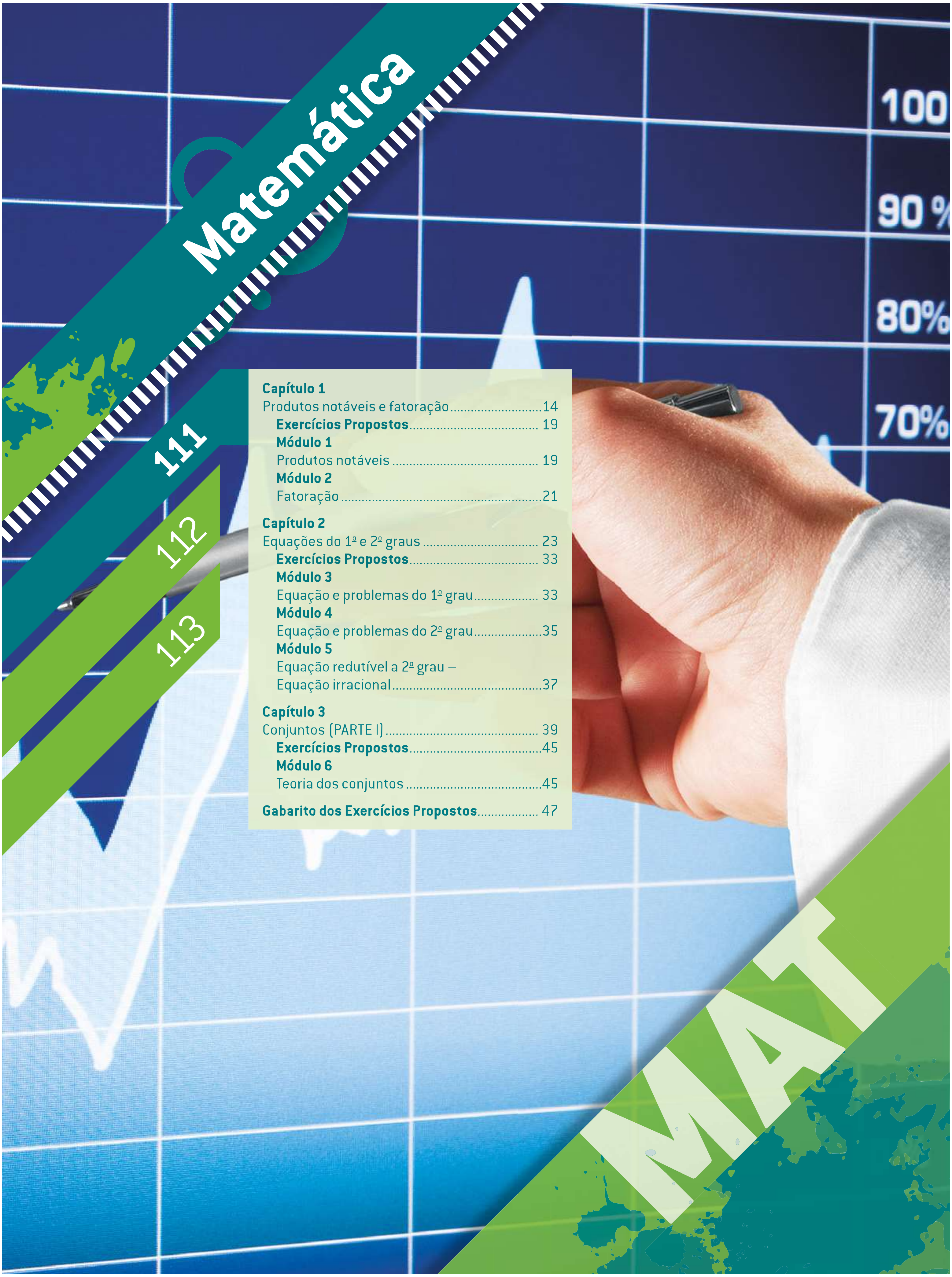
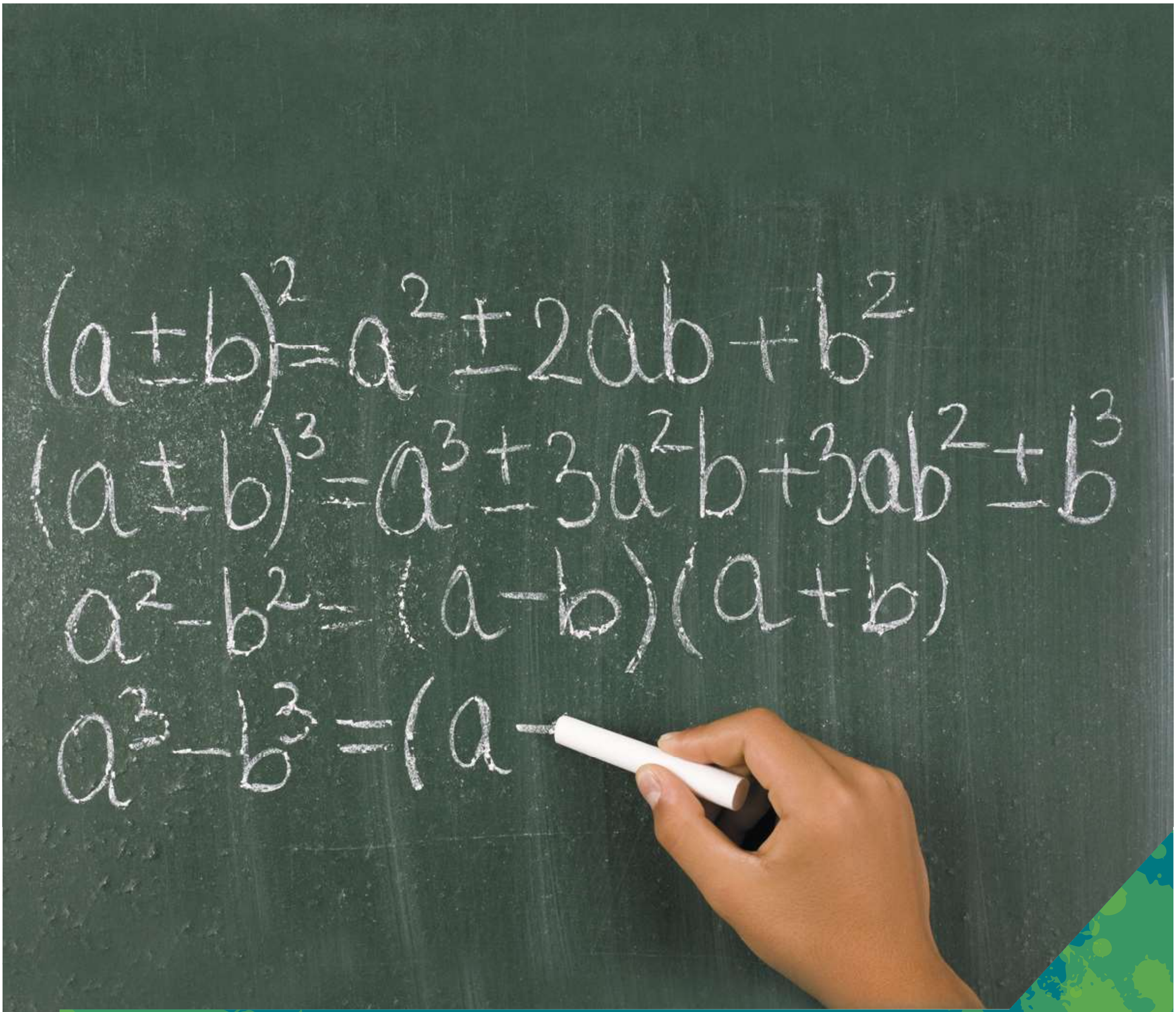

Matemática
111
112
113
100
90 %
80%
70%
MAT



PEPIFOTO/ISTOCK

1 Produtos notáveis e fatoração

1. Produtos notáveis

A. Introdução

A **álgebra** como atualmente conhecemos provém de *Al-Jabr Wa'l muqabalah*, o mais importante livro de Mohammed ibn-Musa al-Khowarizmi, que apresenta conhecimentos sobre sentenças matemáticas com termos desconhecidos. Do aperfeiçoamento da álgebra de François Viète feito por René Descartes, temos as expressões algébricas (expressões que contêm letras, algarismos e sinais de operações). A linguagem algébrica, inicialmente facilitadora da resolução de problemas, é hoje poderosa ferramenta da modelagem matemática de diferentes fenômenos. Mesmo para situações mais simples, existem fórmulas definidas que tornam a resolução mais rápida, como é o caso dos produtos notáveis.

B. Definição

Chamamos de produtos notáveis algumas multiplicações envolvendo expressões algébricas que apresentam resultados padronizados. O conhecimento desses padrões possibilita reduzir a quantidade de cálculos, agilizando o trabalho em cálculo algébrico. Vejamos alguns deles, considerando **a** e **b** pertencentes aos reais ($\mathbb{R}$).

- **Quadrado da soma de dois termos**

$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

- **Quadrado da diferença de dois termos**

$(a-b)^2 = (a-b) \cdot (a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Observação

As expressões $a^2 + 2ab + b^2$ (I) e $a^2 - 2ab + b^2$ (II) são chamadas **trinômios quadrados perfeitos**, pois apresentam dois termos quadrados perfeitos (a^2 e b^2) e o terceiro termo é o duplo produto das bases desses quadrados perfeitos precedido do sinal de + (em I) ou de – (em II).

- **Produto da soma pela diferença de dois termos**

$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ba} - b^2 = a^2 - b^2$

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

- **Cubo da soma de dois termos**

$(a+b)^3 = (a+b) \cdot (a+b)^2 = (a+b) \cdot (a^2 + 2ab + b^2)$

$(a+b)^3 = a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

- **Cubo da diferença de dois termos**

$(a-b)^3 = (a-b) \cdot (a-b)^2 = (a-b) \cdot (a^2 - 2ab + b^2)$

$(a-b)^3 = a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

APRENDER SEMPRE 1

01.

Desenvolver os produtos notáveis apresentados a seguir.

a. $(2a+6)^2$
b. $(3a-2b)^2$
c. $\left(x+\frac{1}{x}\right)$
d. $(3\sqrt{5}+2) \cdot (3\sqrt{5}-2)$
e. $(a^3+1) \cdot (a^3-1)$
f. $(2x+y)^3$
g. $\left(x-\frac{1}{x}\right)^3$

Resolução

a. $(2a+6)^2 = (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 6 + 6^2 = 4a^2 + 24a + 36$

b. $(3a-2b)^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 2b + (2b)^2 =$
$= 9a^2 - 12ab + 4b^2$

c. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$

d. $(3\sqrt{5}+2) \cdot (3\sqrt{5}-2) = (3\sqrt{5})^2 - 2^2 = 9 \cdot 5 - 4 = 41$

e. $(a^3+1) \cdot (a^3-1) = (a^3)^2 - 1^2 = a^6 - 1$

f. $(2x+y)^3 = (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot y + 3 \cdot 2x \cdot y^2 + y^3 =$
$= 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$

g. $\left(x-\frac{1}{x}\right)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot x \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^2 - \left(\frac{1}{x}\right)^3 =$
$= x^3 - 3x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$

02.

Calcule $301 \cdot 299$ usando produto notável.

Resolução

$301 \cdot 299 = (300+1) \cdot (300-1) = 300^2 - 1^2 =$
$= 90\,000 - 1 = 89\,999$

03. ESPM-SP

A expressão $(a+b+c)^2$ é igual a

a. $a^2 + 2ab + b^2 + c^2$
b. $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
c. $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc$
d. $a^2 + b^2 + c^2 + 4abc$
e. $a^2 + 2ab + b^2 + 2bc + c^2$

Resolução

$(a+b+c)^2 = (a+b+c) \cdot (a+b+c) =$
$= a^2 + ab + ac + ba + b^2 + bc + ca + cb + c^2 =$
$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
Alternativa correta: B

2. Fatoração

A. Definição

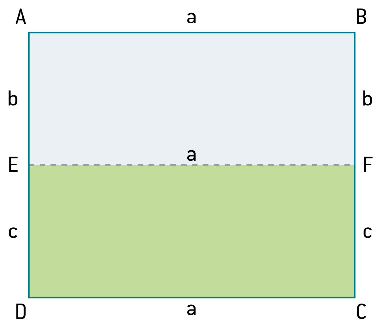
Fatorar uma expressão algébrica significa modificar sua forma de soma algébrica para a de multiplicação, cujos fatores são expressões algébricas mais simples (irredutíveis), equivalentes à expressão dada.

B. Casos de fatoração

Estudaremos a seguir algumas técnicas (casos) de fatoração de expressões algébricas.

1º caso: fator comum

Considere o retângulo ABCD, de dimensões a e b + c, decomposto em duas partes.



Sua área pode ser expressa de duas maneiras:

I. Área A_1 do retângulo ABCD
$A_1 = a \cdot (b+c)$

PV2D-17-10

II. Área A_2, que é a soma das áreas dos retângulos ABFE e EFCD.
$A_2 = ab + ac$
Como $A_2 = A_1$, temos:

$$ab + ac = a \cdot (b + c)$$

Assim, a forma fatorada de $ab + ac$ é a expressão $a \cdot (b + c)$.

O fator **a**, que comparece nas duas parcelas **ab** e **ac**, é o **fator comum**, que, ao ser colocado em evidência, resulta na expressão $a(b + c)$ de fatores **a** e **b** + **c**.

De maneira geral, colocamos em evidência o fator comum identificado, seja ele numérico, literal ou misto. Em seguida, simplificamos a expressão dada, deixando entre parênteses a soma algébrica formada pelos quocientes obtidos na divisão de cada termo dessa expressão pelo fator comum.

Exemplo

$$4x^2y + 12xy^2 = 4xy(x + 3y)$$

2º caso: agrupamento

Consiste em agrupar de forma conveniente os termos de uma expressão algébrica, de modo que entre esses grupos exista um fator comum que, em seguida, será colocado em evidência:

$$\underbrace{ax + ay} + \underbrace{bx + by} = \mathbf{a} \cdot (x + y) + \mathbf{b} \cdot (x + y) = (x + y) \cdot \mathbf{(a + b)}$$

$$ax + ay + bx + by = (x + y)\,(a + b)$$

Exemplos

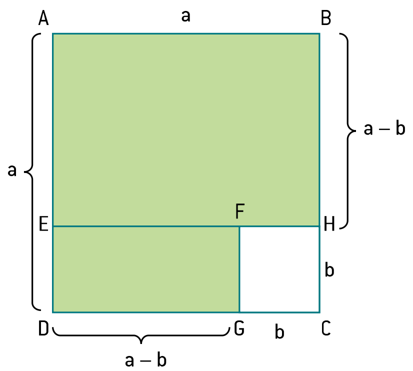
I. $6ax - 3bx + 4ay - 2by = (6ax - 3bx) + (4ay - 2by) =$
$= 3x\,(2a - b) + 2y\,(2a - b) = (2a - b)\,(3x + 2y)$

II. $x^3 - x^2 + x - 1 = (x^3 - x^2) + (x - 1) =$
$x^2\,(x - 1) + 1\,(x - 1) = (x - 1)\,(x^2 + 1)$

Note que a expressão $x^2 + 1$ não é fatorável no conjunto dos números reais.

3º caso: diferença de dois quadrados

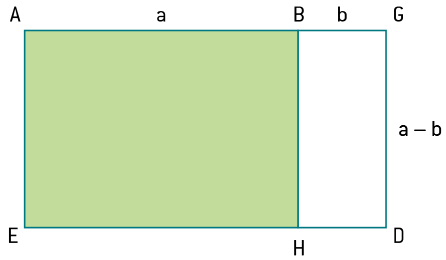
Considere os quadrados ABCD e FHCG, de lados **a** e **b**, respectivamente.



A área A_1 da região sombreada é dada pela diferença entre as áreas do retângulo ABCD e do quadrado FHCG.

Assim:
$A_1 = a^2 - b^2$

Deslocando o retângulo EFGD conforme figura a seguir, temos o retângulo AGDE.



A área A_2 desse retângulo é dada por:
$A_2 = (a + b) \cdot (a - b)$
Como $A_1 = A_2$, temos:

$$a^2 - b^2 = (a + b)\,(a - b)$$

Assim, a fatoração da diferença indicada entre dois quadrados é dada pela multiplicação da soma pela diferença das bases desses quadrados.

Exemplos

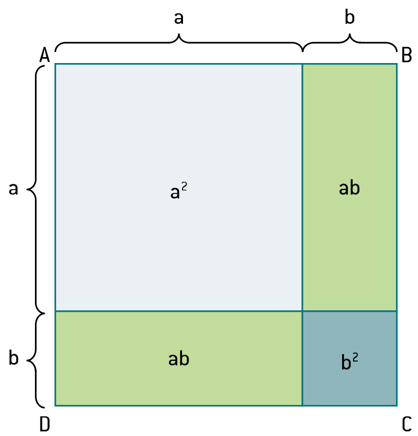
I. $x^2 - 25\,y^2 = x^2 - (5\,y)^2 = (x + 5y)\,(x - 5y)$

II. $a^4 - b^4 = (a^2)^2 - (b^2)^2 = (a^2 + b^2)\,(a^2 - b^2) =$
$= (a^2 + b^2)\,(a + b)\,(a - b)$

III. Note que a expressão $a^2 + b^2$ não é fatorável no conjunto dos números reais.

4º caso: trinômio quadrado perfeito

Considere, na figura a seguir, os três quadrados de lados, respectivamente, **a + b**, **a** e **b** e os dois retângulos de lados **a** e **b**.



Podemos obter a área dessa figura de duas maneiras distintas:

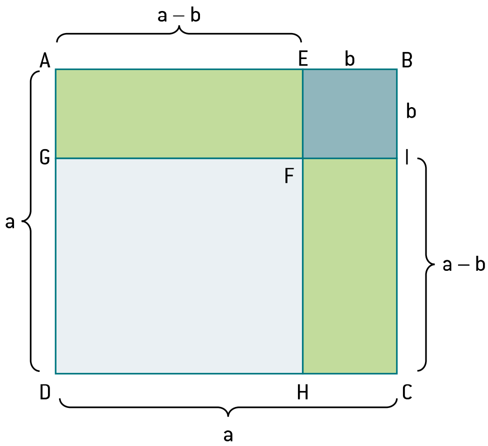
I. Calculando a área A_1 do quadrado ABCD.
$A_1 = (a + b)^2$

II. Calculando a área A_2 por meio da soma das áreas das quatro regiões indicadas.
$A_2 = a^2 + ab + ab + b^2$
$A_2 = a^2 + 2ab + b^2$
Como $A_2 = A_1$, temos:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

PV2D-17-10

Considere, na figura a seguir, os três quadrados de lados, respectivamente, **a**, **b** e **a – b** e os dois retângulos de lados **a – b** e **b**.



Sendo A a área do quadrado ABCD, A_1 a área do quadrado GFHD, A_2 a área do quadrado EBIF, A_3 a área do retângulo AEFG e A_4 a área do retângulo FICH, temos, então:

I. $A_1 = A - A_2 - A_3 - A_4$
$A_1 = a^2 - b^2 - b\,(a - b) - b\,(a - b)$
$A_1 = a^2 - b^2 - ab + b^2 - ba + b^2$
$A_1 = a^2 - 2ab + b^2$

II. $A_1 = (a - b)^2$

De I e II, temos:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Assim, os trinômios quadrados perfeitos, ou seja, todas as expressões das formas $\mathbf{a^2 + 2ab + b^2}$ ou $\mathbf{a^2 - 2ab + b^2}$ são fatoráveis, respectivamente, nas formas $\mathbf{(a + b)^2}$ e $\mathbf{(a - b)^2}$.

Exemplos

I. $4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = (2x + 3y)^2$

II. $25a^2x^2 - 10ax + 1 = (5ax)^2 - 2 \cdot 5a \cdot 1 + 1^2 = (5ax - 1)^2$

5º caso: soma e diferença de dois cubos

Multipliquemos o binômio **a + b** pelo trinômio $\mathbf{a^2 - ab + b^2}$.

$(a + b)\,(a^2 - ab + b^2) = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3$

Assim:

$$(a + b)\,(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

Analogamente, temos:

$(a - b)\,(a^2 + ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3$

$$(a - b)\,(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

Com esses resultados, podemos fatorar a soma ou a diferença de dois cubos.

$$a^3 + b^3 = (a + b)\,(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)\,(a^2 + ab + b^2)$$

Observe que, na fatoração da soma (ou diferença) de dois cubos, o primeiro fator é a soma (ou diferença) das bases dos cubos e o segundo fator é formado pelo quadrado da primeira base menos (ou mais) o produto das duas bases mais o quadrado da segunda base.

Exemplos

I. $x^3 + 27 = x^3 + 3^3 = (x + 3)\,(x^2 - 3x + 9)$

II. $8m^3 - 1 = (2m)^3 - 1^3 = (2m - 1)\,(4m^2 + 2m + 1)$

6º caso: cubo perfeito

Sabemos que $\mathbf{(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$ e que $\mathbf{(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$. Assim, todas as expressões das formas $\mathbf{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$ ou $\mathbf{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$ são fatoráveis, respectivamente, nas formas $\mathbf{(a + b)^3}$ e $\mathbf{(a - b)^3}$.

Exemplos

I. $x^3 + 6x^2 + 12x + 8 =$
$= x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3 = (x + 2)^3$

II. $8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 =$
$= (2a)^3 - 3 \cdot (2a)^2 \cdot b + 3 \cdot 2a \cdot b^2 - b^3 = (2a - b)^3$

6º caso: trinômio do 2º grau

Considerando a expressão $ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, denominada trinômio do 2º grau, e as raízes reais x_1 e x_2 da equação $ax^2 + bx + c = 0$, temos:

$$ax^2 + bx + c = a\,(x - x_1)\,(x - x_2)$$

Exemplo

Fatorar, em $\mathbb{R}$, a expressão $3x^2 - 10x + 3$.

Resolvendo a equação $3x^2 - 10x + 3 = 0$, encontramos as raízes $x_1 = \dfrac{1}{3}$ e $x_2 = 3$. Assim: $3x^2 - 10x + 3 = 3\left(x - \dfrac{1}{3}\right)(x - 3)$.

APRENDER SEMPRE 2

01.

Fatorar as expressões.

a. $2ax^2 + x^2 + 6ay + 3y$
b. $4x^2 - 9y^4$
c. $m^6 + 6m^3n^2 + 9n^4$
d. $2x^2 - 5x + 2$
e. $x^4 - 8x$

Resolução

a. $2ax^2 + x^2 + 6ay + 3y = x^2(2a + 1) + 3y(2a + 1) =$
$= (2a + 1)(x^2 + 3y)$

b. $4x^2 - 9y^4 = (2x)^2 - (3y^2)^2 = (2x + 3y^2)(2x - 3y^2)$

c. $m^6 + 6m^3n^2 + 9n^4 = (m^3)^2 + 2 \cdot m^3 \cdot 3n^2 + (3n^2)^2 =$
$= (m^3 + 3n^2)^2$

d. $x = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \dfrac{5 \pm 3}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1 = \dfrac{1}{2}$ e $x_2 = 2$

$2x^2 - 5x + 2 = 2\left(x - \dfrac{1}{2}\right)(x - 2)$

e. $x^4 - 8x = x\,(x^3 - 8) = x\,(x^3 - 2^3) =$
$= x\,(x - 2)\,(x^2 + 2x + 4)$

PV2D-17-10

02.

Determine o valor numérico da expressão $\dfrac{(x^2+4x+4)(x^2-2x)}{(x^2-4)}$ para x = 48.

Resolução

$$\frac{(x^2+4x+4)(x^2-2x)}{(x^2-4)}=\frac{(x+2)^2\cdot x(x-2)}{(x+2)(x-2)}=x(x+2),\ \text{com } x\neq -2 \text{ e } x\neq 2$$

Para x = 48, o valor da expressão é 48 · (48 + 2) = 2 400.

03.

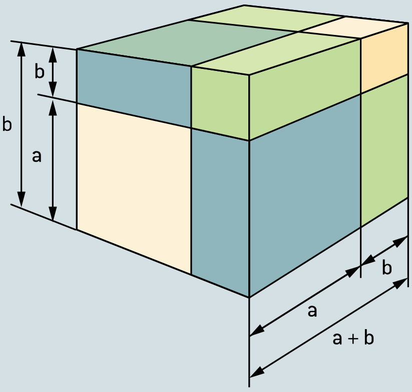
Simplifique a expressão: $\dfrac{a^4+a^2+1}{a^2+a+1}$

Resolução

$$\frac{a^4+a^2+1}{a^2+a+1}=\frac{a^4+a^2+1+a^2-a^2}{a^2+a+1}=\frac{a^4+2a^2+1-a^2}{a^2+a+1}=\frac{(a^2+1)^2-a^2}{a^2+a+1}=\frac{\cancel{(a^2+1+a)}(a^2+1-a)}{\cancel{a^2+a+1}}=a^2-a+1$$

Interpretação geométrica de $(a + b)^3$

Na figura a seguir, temos um cubo de aresta a + b.

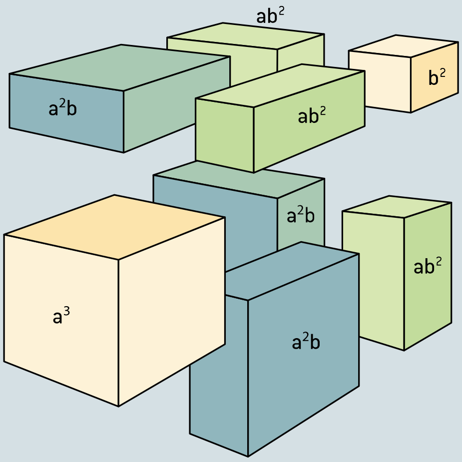


Seu volume é dado por: $V = (a + b)^3$

Esse cubo pode ser decomposto em partes que são:

- um cubo de aresta **a**;
- três paralelepípedos de arestas **a**, **a** e **b**;
- três paralelepípedos de arestas **a**, **b** e **b**;
- um cubo de aresta **b**,

como se vê na figura seguinte.



Lembrando que o volume do cubo original é igual à soma dos volumes das partes, segue que:

$V = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Assim: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

PV2D-17-10

Módulo 1

Produtos notáveis

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

ROTEIRO DE ESTUDOS									
Leia com atenção	Capítulo 1 – Tópicos 1, 1.A e 1.B								
Exercícios – Série branca	01	02	03	04	06	09	12	13
Exercícios – Série amarela	02	04	05	08	09	12	13	15
Exercícios – Série roxa	09	12	14	15	17	18	19	20
Exercícios – Foco Enem	03	04	08	09	11	14	15	19

01.

Desenvolva as expressões.

a. $(2x - y) \cdot (2x + y)$
b. $(2n - 3m)^2$
c. $(2ab - c^2) \cdot (2ab + c^2)$
d. $(x - 1)^2 - (2x + 4)(2x - 4)$

02.

Efetue.

a. $\left(a - \frac{1}{a}\right) \cdot \left(a + \frac{1}{a}\right)$

b. $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \cdot \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$

c. $\left(\frac{x^2}{\sqrt{2}} + 1\right) \cdot \left(\frac{x^2}{\sqrt{2}} - 1\right)$

d. $(2x + 3y)^3$
e. $(n - 2m)^3$

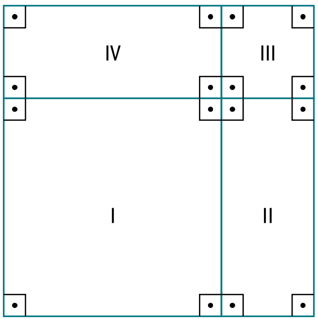
03. FCC-SP

A expressão que deve ser somada a $a^2 + 6a^2b^2 - 12a^2b$ para que resulte o quadrado de $2a - 3ab$ é

a. $3a^2 + 3a^2b^2$
b. $a^2 - 9a^2b^2 + 12a^2b$
c. $-3a^2 - 3a^2b^2$
d. $3a^2 + 3a^2b^2 + 24a^2b$
e. $3a^2 - 3a^2b^2 + 24a^2b$

04. C5-H21

A figura a seguir representa a planta de uma edícula construída sobre um terreno quadrangular.



As regiões I, II, III e IV representam, respectivamente, uma sala quadrangular de área x^2 m², um quarto retangular, um banheiro quadrangular de área 9 m² e uma cozinha retangular. A área dessa edícula, em m², pode ser representada por

a. $x^2 - 6x + 9$
b. $x^2 + 6x + 9$
c. $x^2 + 9$
d. $x^2 - 9$
e. $6x$

05.

Sendo $E^2 = \sqrt{1 + 1155 \cdot 1157}$, com $E > 0$, então

a. $E = 26$
b. $E = 28$
c. $E = 32$
d. $E = 34$
e. $E = 36$

06. UFRGS-RS

Se $x + y = 13$ e $x \cdot y = 1$, então $x^2 + y^2$ é

a. 166
b. 167
c. 168
d. 169
e. 170

07. FEBA

Sabe-se que $a + b = ab = 10$. Então, o valor de $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ é

a. 2
b. 4
c. 8
d. 16
e. 20

08. Mackenzie-SP C5-H21

Qualquer que seja x não nulo, tal que $x \neq 1$ e $x \neq -1$, a expressão $\dfrac{\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}}{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}}$ é sempre igual a

a. $\frac{1}{x}$
b. $2x$
c. $x + 2$
d. 1
e. 2

09. Unicamp-SP

Sejam a e b números inteiros e seja N(a, b) a soma do quadrado da diferença entre a e b com o dobro do produto de a por b.

a. Calcule N(3, 9).
b. Calcule N(a, 3a) e diga qual é o algarismo final de N(a, 3a) para qualquer a, $a \in \mathbb{R}$.

10.
Sendo $E=\dfrac{(x+y)^2-(x-y)^2}{(2xy)^2}$, calcule o valor da expressão $E+1$, sabendo que $x^{-1}\cdot y^{-1}=2$.

11. C5-H21
Marido e mulher investem cada um deles, mensalmente, certa quantia em um plano de capitalização que sorteia prêmios em dinheiro em todo final de mês. Se nesse mês um dos dois for sorteado, o prêmio total a receber é o quadrado do dinheiro que o marido aplicou mais o quadrado do dinheiro que a esposa aplicou.

Examinando o extrato bancário, o casal concluiu que juntos já aplicaram R$ 150,00 e que, se multiplicarem a quantidade que ele aplicou pela quantidade que ela aplicou, chegarão a um valor numérico igual a 5.400.

Assim, caso algum dos dois ganhe, o prêmio será

a. inferior a R$ 3.500,00.
b. entre R$ 3.500,00 e R$ 6.000,00.
c. entre R$ 6.000,00 e R$ R$ 8.700,00.
d. entre R$ 8.700,00 e R$ 10.800,00.
e. superior a R$ 10.800,00.

12. PUC-RJ
Se $\sqrt{3-b\sqrt{b}}\cdot\sqrt{3+b\sqrt{b}}=1$, então b é igual a

a. 0
b. 1
c. 2
d. $\frac{1}{2}$
e. $\frac{1}{3}$

13. FGV-SP
Se $x^2+\dfrac{1}{x^2}=14$, com $x>0$, então $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^5$ é igual a

a. $2^2\cdot 7^2$
b. 7^3
c. $2^3\cdot 7^2$
d. 2^{10}
e. 7^{10}

14. C5-H21
Num paralelepípedo retângulo de dimensões a, b e c, sabe-se que a área total S e a diagonal d são dadas pelas fórmulas $S=2ab+2ac+2bc$ e $d=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$, respectivamente.

Considere um paralelepípedo retângulo com $S=108$ e $d=6$. Dessa maneira, o valor de $a+b+c$ é

a. 9
b. 12
c. 15
d. 16
e. 18

15. UEPB
Dado $x-\dfrac{1}{x}=13$, o valor de $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ é igual a

a. 171
b. 169
c. 167
d. 130
e. $\dfrac{168}{13}$

16.
Sendo $A=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2$ e $B=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2$, determine $(A+B)^2$.

17. Colégio Naval-RJ
Seja x um número real tal que $x+\dfrac{3}{x}=9$. Um possível valor de $x-\dfrac{3}{x}$ é $\sqrt{\alpha}$. Sendo assim, a soma dos algarismos de "α" será

a. 11
b. 12
c. 13
d. 14
e. 15

18.
Sendo $A=\left(e^x+\dfrac{1}{e^x}\right)^2$ e $B=\left(e^x-\dfrac{1}{e^x}\right)^2$, calcule $(A+B)^2$.

19. Fuvest-SP
A diferença entre o cubo da soma de dois números inteiros e a soma de seus cubos pode ser

a. 4
b. 5
c. 6
d. 7
e. 8

20. UFC-CE
O valor exato de $\sqrt{32+10\sqrt{7}}+\sqrt{32-10\sqrt{7}}$ é

a. 12
b. 11
c. 10
d. 9
e. 8

Veja o gabarito desses exercícios propostos na página 47.

PV2D-17-10

Módulo 2

Fatoração

https://coc.pearsn/Q07FAU2

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

ROTEIRO DE ESTUDOS	Leia com atenção	Capítulo 1 – Tópicos 2, 2.A e 2.B							
Exercícios	Série branca	21	22	24	25	26	29	30	33
	Série amarela	23	24	26	28	30	32	33	35
	Série roxa	32	33	34	35	37	38	39	40
	Foco Enem	24	27	28	30	31	32	34	35

21. Fatec-SP

Efetuando $(579\,865)^2 - (579\,863)^2$, obtêm-se

a. 4
b. 2 319 456
c. 2 319 448
d. 2 086 246
e. 1 159 728

22.

Considerando-se as condições de existência, a expressão $\dfrac{x^4+3x^2}{x^3-5x^2+3x-15}$ é equivalente a

a. $\dfrac{x}{x+3}$
b. $\dfrac{x^2}{x+3}$
c. $\dfrac{x}{x^2+3}$
d. $\dfrac{x}{x-5}$
e. $\dfrac{x^2}{x-5}$

23.

Determine o valor numérico da expressão

$\dfrac{3a^4+3a^2-2a^2b-2b}{6a^2-4b}$, para a = 3 e b pertencente ao conjunto dos números naturais.

24. Ibmec-SP C5-H21

No bolso de uma pessoa, havia X cédulas de Y reais e Y cédulas de X reais. Se essa pessoa colocar no bolso mais X cédulas de X reais e Y cédulas de Y reais, então ela terá no bolso

a. $(X+Y)^2$ reais.
b. $(X-Y)^2$ reais.
c. (X^2+Y^2) reais.
d. (X^2-Y^2) reais.
e. $(X^2+Y^2)^2$ reais.

25.

Simplificando a expressão $\dfrac{(x^2-2x)^2\cdot(x^2-1)}{(x-2)\cdot(x^3-x^2)}$, obtemos

a. x^2-x-2
b. x^2+3x+2
c. x^3-2x^2-x+2
d. $x-1$
e. $\dfrac{x-1}{x}$

26. ESPM-SP

O valor da expressão $\sqrt{x+\dfrac{1}{x}+2}$, para x = 400, é

a. 20,05
b. 20,50
c. 20,10
d. 20,01
e. 20,15

27.

Simplifique as frações algébricas.

a. $\dfrac{a^2-1}{4a^2-8a+4}$

b. $\dfrac{(a+b)^2-4ab}{2a-2b}$

c. $\dfrac{(x^5+1)-(x^3+1)}{x^2-1}$

28. C5-H21

Por determinação dos próprios bancos, as senhas dos cartões de créditos ou débitos devem ser trocadas periodicamente.

Tendo de fazer esse procedimento, uma pessoa agiu da seguinte maneira para escolher a nova senha: elevou ao cubo o número da senha antiga e subtraiu uma unidade do valor encontrado.

Em seguida, ela dividiu o último resultado pelo quadrado da senha antiga adicionado com a própria senha antiga e com uma unidade.

Dessa maneira, a nova senha dessa pessoa é

a. 10 unidades a mais que a senha anterior.
b. 10 unidades a menos que a senha anterior.
c. zero.
d. uma unidade maior que a senha anterior.
e. uma unidade menor que a senha anterior.

29. UFPR

Se $2^x + 2^{-x} = 3$, o valor de $8^x + 8^{-x}$ é

a. 12
b. 18
c. 21
d. 24
e. 28

30. Fatec-SP

Se os números x e y são tais que $y = \dfrac{x^3+2x^2+x}{x^3+3x^2+3x+1}$, então y é igual a

a. $\dfrac{2}{7}$
b. $\dfrac{x+2}{x+3}$
c. $\dfrac{x+1}{x+3}$
d. $\dfrac{x}{x+1}$
e. $\dfrac{2x+1}{3(x+1)}$

31. C5-H21

Os modelos matemáticos têm sido cada vez mais utilizados em vários setores industriais.

Para os cortes de chapas acrílicas, um desses modelos é usado para obter a espessura (em mm) nos primeiros 1 000 segundos desde o início do processo.

A espessura E da chapa após t segundos do processo é dada por:

$$E = \frac{t^4 - 1}{t^3 - t^2 - t + 1}.$$

A espessura da chapa após 101 segundos do início do processo é, em mm,

a. 102,02
b. 102,2
c. 100,02
d. 100,2
e. 102,22

32. Vunesp

Seja a seguinte expressão algébrica $\frac{x^3 - y^3}{x - y} - \frac{x^3 + y^3}{x + y}$, na qual x e y são números reais com $x \neq y$ e $x \neq -y$.

a. Simplifique a expressão algébrica dada.
b. Encontre o valor de x para que a expressão resulte em 5 para y = 3.

33.

Se $x + \frac{1}{x} = 3$, determine o valor de $x^3 + \frac{1}{x^3}$.

34. OBM C5-H21

Se x e y são números reais tais que $x^3 + y^3 = 5(x + y)$, $x^2 + y^2 = 4$ e $x + y \;\; 0$, determine o valor de xy.

a. 4
b. 3
c. 1
d. 0
e. -1

35.

Fatore, em $\mathbb{R}$, as expressões.

a. $x^2 - 5x + 6$
b. $3x^2 + 11x + 6$
c. $-2x^2 + 3x + 2$

36. ESPM-SP

O valor da expressão $\left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{y-x}{x+y}\right) : \frac{6}{x^2 - y^2}$, para x = 24 e y = 0,125, é

a. 0
b. 1
c. 2
d. 3
e. 4

37.

Fatore, em $\mathbb{R}$, as expressões.

a. $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$
b. $x^2 - 6x + 9 - y^2$
c. $x^4 - y^4$
d. $x^6 - y^6$
e. $x^9 - 1$

38. ESPM-SP

Se $p = \frac{97\,812\,346 \cdot 97\,812\,348 - 3}{97\,812\,345 \cdot 97\,812\,349}$, então

a. $0 < p < 1$
b. $1 \leq p < 3$
c. $2 < p \leq 3$
d. $3 \leq p < 10$
e. $p \geq 10$

39. UFF-RJ

Calcule o valor numérico de $\frac{1}{M}$, sendo $M = -2 + \sqrt{\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2}$, a = 0,998 e b = 1.

40.

Fatore, em $\mathbb{R}$, as expressões.

a. $x^4 + x^2y^2 + y^4$
b. $x^4 + 4x^2 + 16$
c. $x^4y^4 + 5x^2y^2 + 9$

Veja o gabarito desses exercícios propostos na página 47.