Física

221

222

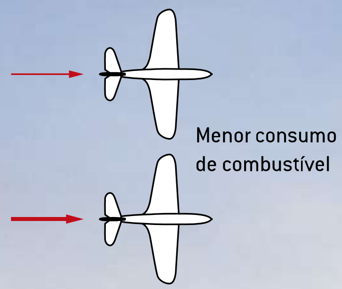
- Reconhecer e discriminar grandezas escalares e vetoriais.
- Efetuar operações que envolvam grandezas escalares e vetoriais.

Efeito do vento sobre o voo

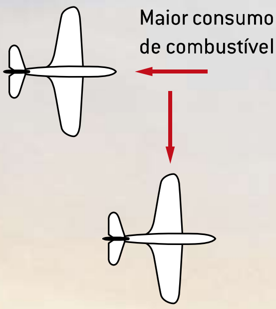
O vento nada mais é que o deslocamento de ar de uma região de alta pressão para uma de baixa pressão, por isso uma aeronave, ao se deslocar nessa massa de ar, sofre os efeitos desse deslocamento.

Tipos de vento:

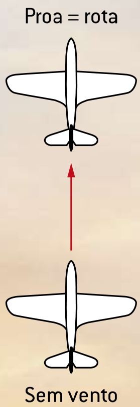
1. **neutro:** o piloto não precisa corrigir o curso do avião. Vento calmo (até 11 km/h);



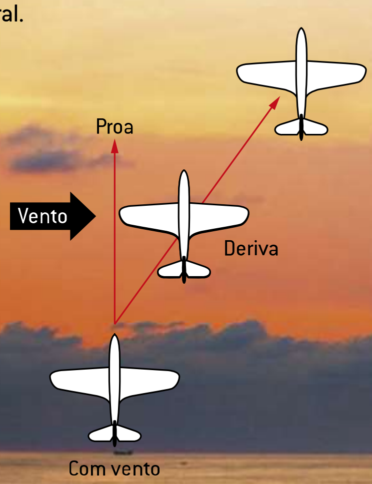
2. **favorável:** quando o vento sopra de cauda (de trás para frente), aumentando a velocidade do avião, podendo ou não causar afastamento lateral;



3. **desfavorável:** quando o vento sopra na frente do avião (de proa), diminuindo a velocidade, podendo ou não causar afastamento lateral;



4. **indiferente:** quando o vento sopra exatamente de lado (través), sem necessariamente afetar a velocidade, mas causando um pequeno ou um grande afastamento lateral.

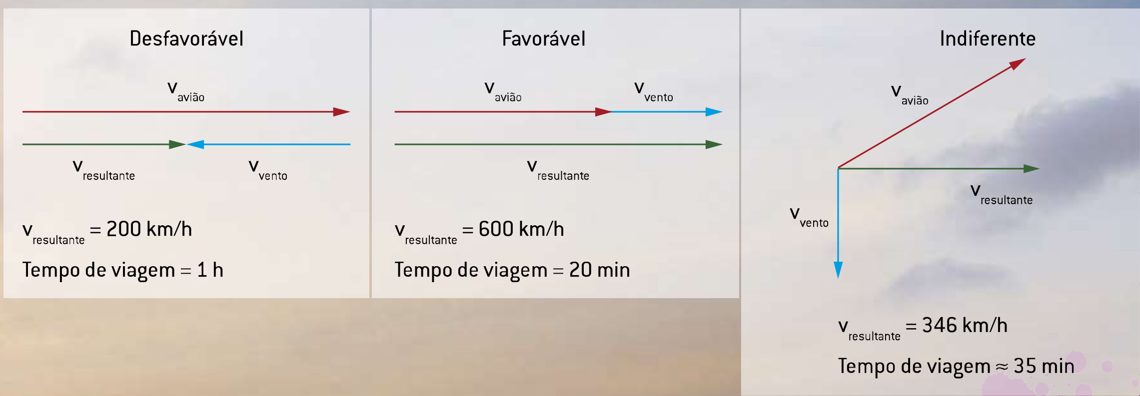


IRYNA RASKO / DREAMSTIME.COM

A presença dos ventos durante um voo pode favorecer "empurrando" a aeronave, mas também pode prejudicá-la, caso eles estejam em sentido contrário. Nesse caso, o piloto deverá aumentar a velocidade e, assim, a aeronave irá consumir mais combustível.

Uma maneira simples e eficiente de calcular a influência do vento no voo é por meio da utilização de um **diagrama vetorial**.

Considerando uma viagem de 200 km, um avião com velocidade de 400 km/h e um vento de 200 km/h, temos:



Vetores 1

O estudo de vetores é de extrema importância em diversas áreas da ciência como na aviação, engenharia, fisioterapia, odontologia, etc. Em geral, sempre que precisamos conhecer a direção e o sentido de uma grandeza podemos usar a representação vetorial para facilitar o entendimento e a resolução dos problemas.

1. Grandezas físicas: escalar e vetorial

A Física é a ciência que se propõe a descrever e compreender os fenômenos físicos que ocorrem na natureza desde o macro (Universo) até o micro (átomo).

A explicação dos fenômenos normalmente envolve medidas de tempo, distância, massa, velocidade e muitas outras.

O ato de medir consiste em comparar com um determinado padrão, o que se deseja medir. Por exemplo, a medida do comprimento de um lápis pode ser obtida comparando-o a uma régua, que, por sua vez, foi comparada a uma barra-padrão. Um dos padrões internacionais, cujo comprimento é 1 m (um metro), encontra-se no Departamento Internacional de Pesos e Medidas, na França. No Brasil, o responsável por manter e conservar os padrões das unidades de medida é o Inmetro (Instituto Nacional de Metrologia).

Toda vez que realizamos uma medida, esta deve vir acompanhada de uma unidade de medida. Sem ela, a medida efetuada não proporciona a ideia da magnitude da grandeza. Por exemplo, se a massa da Terra é fornecida apenas com o valor numérico de, aproximadamente, $6{,}0 \cdot 10^{24}$, não conseguimos entender a magnitude dessa medida. Ela está em gramas, kilogramas ou em toneladas?

TENYO MARCHEV / DREAMSTIME.COM

A massa aproximada da Terra é de $6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg.

Entretanto, se a medida da massa da Terra for fornecida como sendo $6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg, teremos a noção da magnitude dessa medida. Podemos dizer que, para entender a dimensão de uma medida, ela deve vir acompanhada da sua unidade de medida. A isso denominamos **grandeza física**.

As grandezas físicas estão divididas em dois grupos: as **escalares** e as **vetoriais**.

A. Grandeza escalar

Algumas grandezas físicas são perfeitamente caracterizadas apenas quando conhecemos a medida mais a unidade de medida. Por exemplo, quando recebemos a informação de que a duração de determinada viagem é de 2 horas e 45 minutos, temos uma grandeza escalar (intervalo de tempo), ou seja, apenas a medida mais a unidade nos proporcionam a ideia da grandeza.

Podemos citar como exemplos de grandezas escalares o comprimento, o volume, a área, a massa, o tempo, a temperatura, a densidade, a pressão, entre outros. No decorrer do estudo da Física, utilizaremos algumas grandezas escalares.

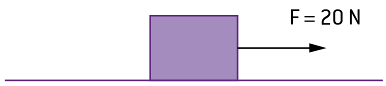
B. Grandeza vetorial

Algumas grandezas físicas não ficam perfeitamente caracterizadas conhecendo-se apenas a medida e a sua respectiva unidade. Por exemplo, consideremos uma caixa apoiada numa superfície plana, horizontal e muito lisa, conforme mostra a figura.

Vamos empurrar essa caixa com uma força cujo valor numérico é 20 N (N = newton: unidade de medida de força no Sistema Internacional de Unidades). O que acontecerá com a caixa: ela vai se movimentar ou não? Se ela se movimentar, para onde será o movimento?

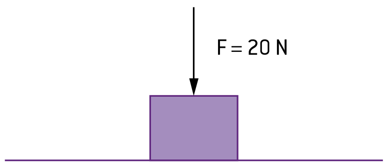
Para entendermos o que vai ocorrer, necessitamos conhecer, além do **valor numérico** e **da unidade** da força, também a **direção** e o **sentido** de aplicação dessa força.

Suponhamos que a força seja aplicada na caixa, na direção horizontal e para a direita, conforme mostra a figura.



Com essas informações, e sabendo que apenas a força é suficiente para colocar a caixa em movimento, chegamos à conclusão de que ela se movimentará para a direita.

Em contrapartida, aplicando-se o mesmo valor de força na vertical para baixo, perceberemos que ela não se moverá.



Temos aqui um exemplo de grandeza vetorial (força): uma **grandeza** é dita **vetorial** quando, para caracterizá-la perfeitamente, torna-se necessário conhecer o valor da sua **medida**, a **unidade**, a **direção** e o **sentido**.

A tabela seguinte apresenta alguns exemplos de grandezas físicas escalares e vetoriais, que serão estudados ao longo do curso de Física.

Grandeza física	Escalar	Vetorial
Deslocamento		x
Velocidade		x
Aceleração		x
Densidade	x	
Força		x
Massa	x	
Energia	x	
Distância	x	
Área	x	
Volume	x	
Quantidade de movimento		x

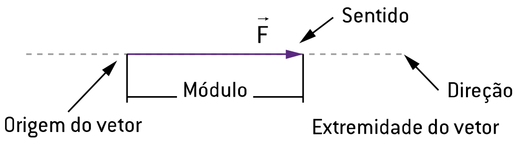
EMI-15-10

Assista ao vídeo sobre grandezas físicas.

Acesse: <http://177.71.183.29/acessa_fisica/index.php/acessafisica/Midias/Audiovisual/Os-Curiosos-Grandezas>.

C. Vetores

As grandezas vetoriais são representadas pelos vetores. Um **vetor** é um segmento de reta que apresenta uma orientação (seta), conforme mostra a figura.



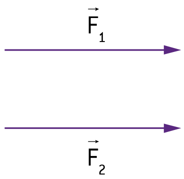
$$\vec{F}\begin{cases}\textbf{Intensidade:} & \text{valor do vetor (módulo) mais a unidade } (F \text{ ou } |\vec{F}|)\\ \textbf{Direção:} & \text{da reta suporte do vetor}\\ \textbf{Sentido:} & \text{da seta do vetor}\end{cases}$$

No exemplo da caixa empurrada por uma força de 20 N, temos:

$$\vec{F}\begin{cases}\textbf{Intensidade:} & |\vec{F}| = 20\text{ N ou } F = 20\text{ N}\\ \textbf{Direção:} & \text{horizontal}\\ \textbf{Sentido:} & \text{da esquerda para a direita ou, simplesmente, para a direita}\end{cases}$$

C.1. Vetores iguais

Dois ou mais **vetores** são **iguais** quando possuem o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido. Eles devem ser representados por segmentos de reta de mesmo comprimento, paralelos entre si e apontando para o mesmo lado, conforme figura.

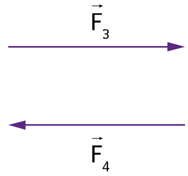


$\vec{F}_1 = \vec{F}_2$ (mesmo módulo, mesma direção e mesmo sentido)

$F_1 = F_2$ (mesmo módulo)

C.2. Vetores opostos

Dois **vetores** são considerados **opostos** quando possuem o mesmo módulo, a mesma direção, mas sentidos contrários. Eles devem ser representados por segmentos de reta de mesmo comprimento, paralelos entre si e apontando para lados opostos.



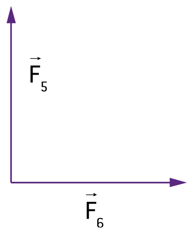
$\vec{F}_3 \neq \vec{F}_4$ (vetores distintos)

$F_3 = F_4$ (módulos iguais)

$\vec{F}_3 = -\vec{F}_4$ (mesmo módulo, mesma direção e sentidos contrários). O sinal de subtração não significa que $\vec{F}_4$ é negativo, mas que ele tem sentido contrário ao de $\vec{F}_3$.

C.3. Vetores ortogonais

Dois **vetores** são classificados como **ortogonais** quando podem formar entre si um ângulo de 90°. Nesse caso, os vetores serão perpendiculares entre si.

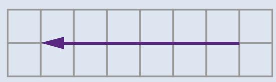


$\vec{F}_5 \neq \vec{F}_6$ (vetores distintos)
Os módulos de F_5 e F_6 podem ser iguais ou diferentes.

APRENDER SEMPRE 16

01.

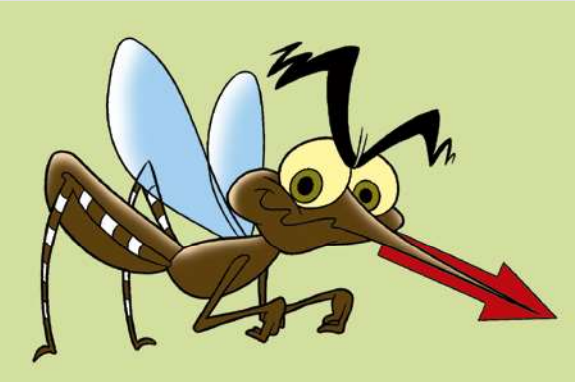
Na figura a seguir, encontra-se representada uma força que atua em um corpo apoiado em uma superfície plana e horizontal. O lado de cada quadriculado corresponde à força de intensidade 1 N. Caracterize a intensidade, a direção e o sentido dessa força.



Resolução

$$\vec{F}\begin{cases}\textbf{Intensidade:} & F = 6\text{ N ou } |\vec{F}| = 6\text{ N}\\ \textbf{Direção:} & \text{horizontal}\\ \textbf{Sentido:} & \text{da direita para a esquerda ou, simplesmente, para a esquerda}\end{cases}$$

Física, Biologia e etimologia



LUCIANO OLIVEIRA

A dengue é uma doença infecciosa causada pelo *flavivirus*, ou seja, vírus da família *Flaviviridae*, dos quais se conhecem quatro sorotipos: DENV-1, DENV-2, DENV-3 e DENV-4. Esses vírus são transmitidos por meio da picada de mosquitos e, por isso, são também conhecidos como arbovírus.

No Brasil, o principal **vetor** da dengue é a fêmea do mosquito *Aedes aegypti*. No entanto, ensaios em laboratório mostraram que mosquitos *Aedes albopticus*, espécie comum nos Estados Unidos da América e no sudeste asiático, mostraram-se capazes de transmitir o vírus no Brasil.

O termo **vetor**, usado comumente na Biologia, é também usado na Física. Afinal, qual a relação entre um mosquito e o conceito de **vetor** na Física?

Etimologicamente, a palavra **vetor** vem do latim *vector*, que pode significar "aquele que carrega". Como o mosquito “carrega” o vírus, ele é um **vetor**. Na Física, **vetor** é um segmento de reta orientado que “carrega” informações sobre grandezas físicas vetoriais: o valor numérico, ou intensidade, a direção e o sentido.

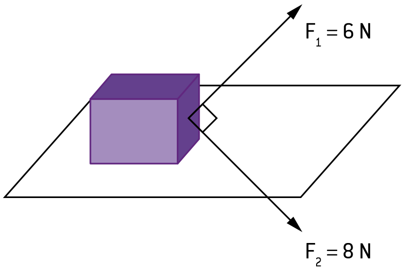
Disponível em: <https://www.agencia.fiocruz.br/dengue-0>. Acesso em: 25 abr. 2014. Adaptado.

2. Operações com vetores

As operações com **grandezas escalares** são as básicas, aquelas com as quais estamos acostumados na Matemática. Por exemplo, um casal resolve medir as suas respectivas massas e, para isso, procuram uma farmácia que possui uma balança. O homem sobe na balança e observa a leitura de 65 kg, e a mulher sobe na balança e observa a leitura de 53 kg. Se eles subirem simultaneamente na balança, qual será a leitura das suas massas?

Considerando a balança devidamente calibrada, a leitura será de 65 + 53 = 118 kg. Para obtermos o valor de 118 kg, realizamos uma simples operação de adição.

Para estudarmos as **grandezas vetoriais**, precisamos conhecer outras formas de se realizarem as operações matemáticas. Nesse caso, devemos observar a intensidade, a direção e o sentido de cada grandeza. Por exemplo, um bloco, apoiado numa mesa plana e horizontal, é puxado por duas forças horizontais, paralelas ao plano, que formam entre si um ângulo de 90°, conforme mostra a figura seguinte.

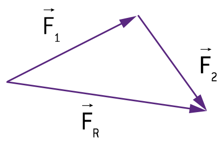


Qual é o valor da força que representa a ação simultânea dessas duas forças, ou seja, qual é o valor da adição vetorial dessas duas forças?

Para efetuar a adição de duas grandezas vetoriais, podemos utilizar a **regra do polígono** ou a **do paralelogramo**. Vejamos cada uma delas.

A. Adição vetorial: regra do polígono

O objetivo é obter uma única força, que produzirá o mesmo efeito das duas forças aplicadas simultaneamente. Essa força única é denominada **vetor soma**, **força resultante** ($\vec{F}_R$) ou **resultante das forças**. A figura seguinte ilustra o procedimento.

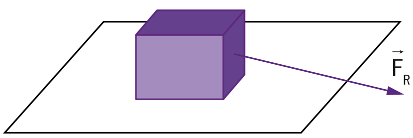


A resultante das forças aplicadas no corpo é dada pela soma vetorial das forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, ou seja:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Normalmente, a intensidade da força resultante é diferente da soma das intensidades das duas forças aplicadas $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \neq |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2|$. Neste caso em particular, como as forças são perpendiculares entre si, a intensidade da força resultante aplicada no corpo pode ser encontrada usando-se o teorema de Pitágoras.

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$
$$F = 10\,N$$



Observe que:

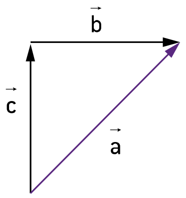
$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \rightarrow$ indica que o vetor resultante das forças é obtido pela soma vetorial das duas forças aplicadas no corpo. Ele é o único vetor que faz o mesmo efeito que os demais vetores juntos;

$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 \rightarrow$ indica que a intensidade da resultante das forças foi encontrada aplicando-se o Teorema de Pitágoras.

Observações

- Quando os dois vetores possuem a mesma direção e o mesmo sentido, o módulo do vetor soma é igual à soma dos módulos desses dois vetores.

- Se as direções dos vetores forem perpendiculares entre si, o módulo do vetor soma poderá ser obtido usando-se o Teorema de Pitágoras. Isso é válido para qualquer grandeza física (velocidade, deslocamento, aceleração etc.). Generalizando, podemos escrever:

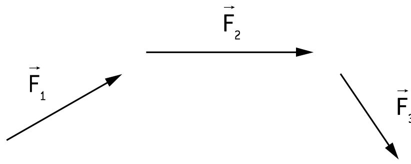


$$a^2 = b^2 + c^2$$

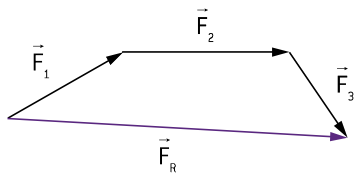
- Se os vetores forem de mesma direção e de sentidos opostos, então o módulo do vetor soma será encontrado fazendo-se o módulo da diferença entre os módulos dos dois vetores.

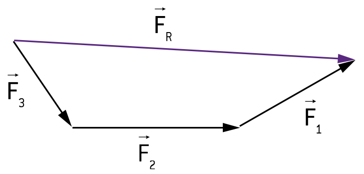
A regra do polígono pode ser aplicada para qualquer que seja o número de vetores. Para isso, devemos efetuar a ligação desses vetores, arrastando-os, sem alterar o seu módulo, a sua direção e o seu sentido, de maneira que a extremidade de um deles fique ligada à origem do seguinte. O vetor soma será aquele que liga a origem do primeiro à extremidade do último. Para um conjunto de vetores, o vetor soma será sempre o mesmo, independentemente da ordem da ligação dos vetores.

Dados os vetores a seguir, encontraremos, graficamente, o vetor soma:



Sem mudar o módulo, a direção e o sentido, ligamos os vetores de forma que a extremidade de um fique ligada à origem do outro.



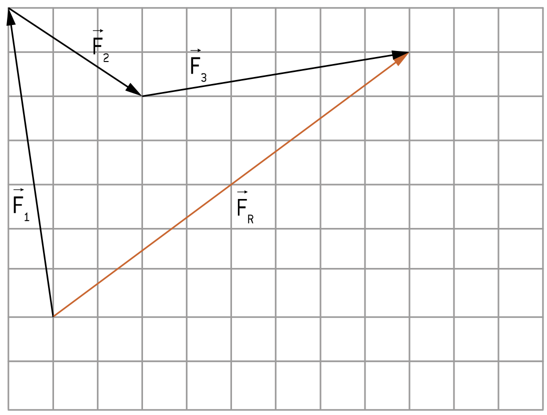


Para direções diferentes das citadas, o módulo do vetor soma poderá ser encontrado caso os vetores sejam fornecidos num quadriculado.

Como exemplo vamos considerar que, no quadriculado mostrado na figura seguinte, temos três forças, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, aplicadas num mesmo corpo. Podemos substituí-las por um único vetor, denominado **força resultante ($\vec{F}_R$)**, que é a resultante das forças:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

Estando as forças ligadas pela regra do polígono, o vetor soma é aquele que liga a origem do primeiro vetor à extremidade do último.



Cada lado do quadriculado corresponde a 1 N.

Para encontrar a intensidade da resultante das forças aplicadas no corpo, devemos contar os quadriculados da resultante na horizontal (8 quadriculados) e na vertical (6 quadriculados) e, a seguir, aplicamos o Teorema de Pitágoras:

$$F_R^2 = 8^2 + 6^2 \rightarrow F_R^2 = 64 + 36 \rightarrow F_R = \sqrt{100}$$

$$F_R = 10\ N$$

APRENDER SEMPRE 17

▶ **01.**

Uma pista de passeio compreende dois trechos planos, horizontais e que formam entre si um ângulo de 90°. Uma pessoa realiza um deslocamento retilíneo de 80 m no primeiro trecho e, a seguir, faz, no segundo trecho, um deslocamento retilíneo de 60 m. Calcule a distância total percorrida pela pessoa e o módulo deslocamento vetorial por ela realizado.

Resolução

Como a distância percorrida é uma grandeza escalar, a distância total percorrida (d) é a soma das distâncias d_1 e d_2. Assim, temos:

$$d = d_1 + d_2 \rightarrow d = 80 + 60 \rightarrow d = 140\ m$$

E, como o deslocamento é uma grandeza vetorial, o módulo é dado por $d^2 = d_1^2 + d_2^2$, pois os dois deslocamentos são perpendiculares entre si. Portanto:

$$d^2 = 80^2 + 60^2 \rightarrow d^2 = 6\,400 + 3\,600 = 10\,000 \rightarrow d = 100\ m$$

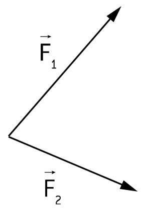
Do ponto de partida ao ponto de parada, a pessoa caminhou 140 m (distância percorrida). Se ela fosse em linha reta do ponto de partida ao ponto de parada, percorreria 100 m (deslocamento).

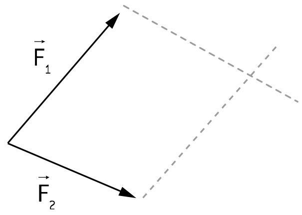
B. Adição vetorial: regra do paralelogramo

Dois vetores podem ser somados tanto pela regra do polígono quanto pela regra do paralelogramo. O vetor final será o mesmo, qualquer que seja a regra adotada.

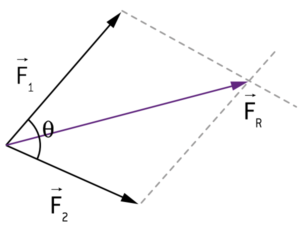
A regra do paralelogramo vale para dois vetores. Ela permite o cálculo do módulo do vetor soma para qualquer que seja o ângulo conhecido entre os dois vetores.

Dados os vetores $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ a seguir, cujas origens são coincidentes, tiramos da extremidade de $\vec{F}_1$ uma paralela a $\vec{F}_2$ e da extremidade de $\vec{F}_2$ uma paralela a $\vec{F}_1$.





O vetor soma é obtido da seguinte forma: sua origem coincide com a origem dos dois vetores somados, e sua extremidade coincide com o encontro das pontilhadas.



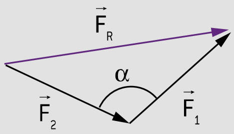
$\theta \rightarrow$ ângulo formado entre as origens dos vetores

O módulo do vetor soma pode ser encontrado a partir da lei dos cossenos.

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\theta$$

Física e Matemática

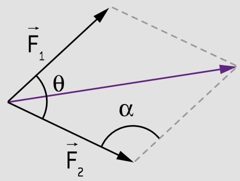
Após estudarem a lei dos cossenos na disciplina de Matemática, alguns alunos podem achar estranho o sinal positivo na equação anterior. De fato, ela é muito parecida com a lei dos cossenos, mas o ângulo usado nesse caso é diferente. Isso ocorre porque a lei dos cossenos é definida para triângulos; posicionando os vetores de modo a formar um triângulo, temos:



$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha \quad (1)$$

Lei dos cossenos

Ao usarmos a regra do paralelogramo, temos o ângulo θ, e não o ângulo α.



Pela trigonometria, temos que $\cos\alpha = -\cos\theta$ (2).
Substituindo 2 em 1:

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot (-\cos\theta)$$

ou

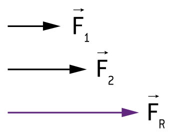
$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\theta$$

Equação da força resultante usada na regra do paralelogramo.

Casos particulares da regra do paralelogramo

A maioria das situações da adição de dois vetores pode ser simplificada por meio dos casos particulares da regra do paralelogramo:

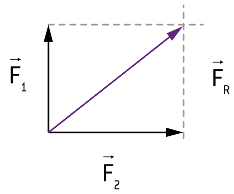
- $\theta = 0°$ (os vetores possuem a mesma direção e o mesmo sentido): o módulo do vetor soma é igual à soma dos módulos dos dois vetores, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$:



$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

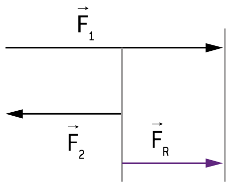
$$F_R = F_1 + F_2$$

- $\theta = 90°$ (os vetores são perpendiculares entre si): o módulo do vetor soma é obtido pelo Teorema de Pitágoras com os módulos dos dois vetores, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$:



$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$
$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2$$

- $\theta = 180°$ (os vetores possuem a mesma direção e sentidos contrários): o módulo do vetor soma é igual ao módulo da diferença dos módulos dos dois vetores, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$:



$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$
$$F_R = |F_1 - F_2|$$

Nesse caso, a direção e o sentido do vetor soma coincidem com a direção e o sentido do vetor de maior módulo ($\vec{F}_1$).

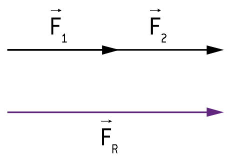
C. Somas máxima e mínima

Considerando dois vetores de módulos conhecidos e variando-se o ângulo entre as suas origens comuns, o módulo

EMI-15-10

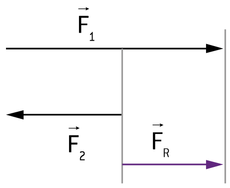
do vetor soma varia. O máximo módulo do vetor soma ocorre para o ângulo de 0°, e o mínimo módulo do vetor soma ocorre para o ângulo de 180°.

Para $\theta = 0°$:



$$F_{R\,máx} = F_1 + F_2$$

Para $\theta = 180°$:



$$F_{R\,mín.} = F_1 - F_2$$

Portanto, podemos dizer que o módulo do vetor soma (F_R) de dois outros vetores estará sempre compreendido entre os módulos das somas mínima ($F_{R\,mín.}$) e máxima ($F_{R\,máx.}$).

$F_{R\,mín.} \leq F_R \leq F_{R\,máx.}$

$|F_1 - F_2| \leq F_R \leq F_1 + F_2$

APRENDER SEMPRE 18

01.

Uma partícula sofre dois deslocamentos retilíneos e sucessivos, cujas intensidades são $d_1 = 12$ m e $d_2 = 5$ m.

Calcule:

a. a intensidade do deslocamento vetorial resultante da partícula para os ângulos formados entre os vetores $\vec{d_1}$ e $\vec{d_2}$ de 0°, 90° e 180°;

b. o intervalo das possíveis intensidades do deslocamento vetorial resultante caso o ângulo entre os vetores $\vec{d_1}$ e $\vec{d_2}$ seja desconhecido.

Resolução

a. Para um ângulo de 0°, os deslocamentos possuem a mesma direção e o mesmo sentido. Nesse caso, temos:

$d = d_1 + d_2 \rightarrow d = 12 + 5 \rightarrow d = 17$ cm

Para um ângulo de 90°, os deslocamentos são perpendiculares entre si. Assim:

$d^2 = d_1^2 + d_2^2 \rightarrow d^2 = 12^2 + 5^2 \rightarrow d^2 = 144 + 25 \rightarrow$

$d = \sqrt{169} \rightarrow d = 13$ m

E para um ângulo de 180°, os deslocamentos possuem a mesma direção e sentidos contrários. Nesse caso, temos:

$d = d_1 - d_2 \rightarrow d = 12 - 5 \rightarrow d = 7$ cm

b. Quando desconhecemos o ângulo formado entre os vetores, dizemos, então, que o módulo do vetor soma estará compreendido entre a diferença e a soma dos módulos dos vetores:

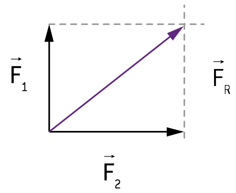
$d_1 - d_2 \leq d \leq d_1 + d_2$

$12 - 5 \leq d \leq 12 + 5$

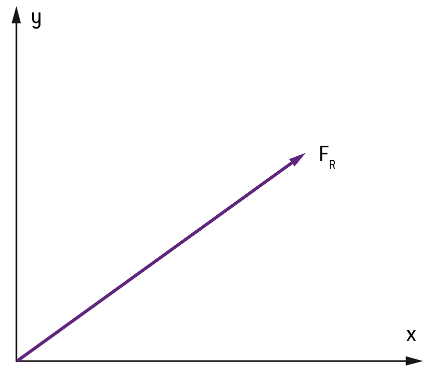
$7 \text{ m} \leq d \leq 17 \text{ m}$

3. Decomposição vetorial

Sabemos que a soma de dois vetores perpendiculares entre si resulta num vetor soma, como mostra a figura a seguir.

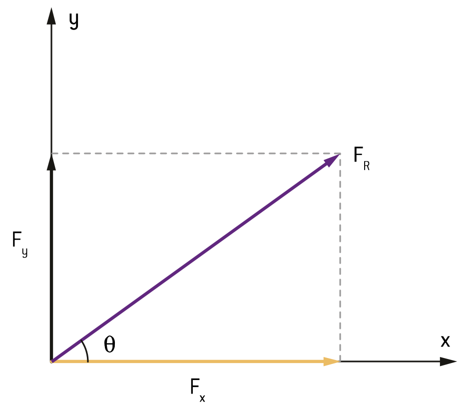


Com base nessa figura, podemos fazer o processo inverso ao da adição de dois vetores perpendiculares entre si, ou seja, dado um vetor, podemos decompô-lo em dois outros vetores perpendiculares entre si. Esse processo é denominado **decomposição vetorial**.



Veja os passos a seguir.

Vamos traçar uma paralela ao eixo **y** e outra ao eixo **x**, ambas partindo da extremidade do vetor força resultante. Os vetores que compõem o vetor soma são aqueles que ligam a origem aos pontos de intersecção das linhas tracejadas com os eixos **x** e **y**.



Para encontrarmos os módulos dos vetores F_x e F_y, usamos as relações trigonométricas no triângulo retângulo:

$$\cos\theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \rightarrow \cos\theta = \frac{F_x}{F_R} \rightarrow F_x = F_R \cdot \cos\theta$$

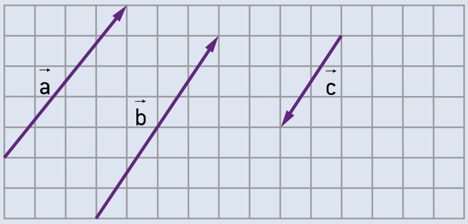
$$\text{sen}\theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \rightarrow \text{sen}\theta = \frac{F_y}{F_R} \rightarrow F_y = F_R \cdot \text{sen}\theta$$

EMI-15-10

APRENDER SEMPRE 19

▶ **01.**

O módulo do vetor soma de dois ou mais vetores pode ser encontrado efetuando-se a soma das componentes nos eixos **x** e **y** e, a seguir, aplicando-se o Teorema de Pitágoras nesses componentes. Sabendo que os vetores representados a seguir estão num mesmo plano do papel, obtenha o módulo do vetor soma pelo método da soma das componentes. Cada quadrícula corresponde a 1 m.



Resolução

No eixo horizontal (x), temos:

$s_x = a_x + b_x + c_x \rightarrow s_x = 4 + 4 - 2 \rightarrow s_x = 6$ m

E, no eixo vertical (y), temos:

$s_y = a_y + b_y - c_y \rightarrow s_y = 5 + 6 - 3 \rightarrow s_y = 8$ m

Portanto, o módulo do vetor soma vale:

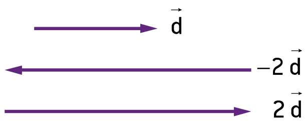
$s^2 = s_x^2 + s_y^2 \rightarrow s^2 = 6^2 + 8^2 \rightarrow s^2 = 36 + 64 \rightarrow$

$s = \sqrt{100} \rightarrow s = 10$ m

4. Produto de um número real por um vetor

Uma grandeza vetorial pode ser multiplicada por um número real. O resultado desse produto será uma grandeza vetorial. O vetor resultante dessa multiplicação poderá ter alterado o seu módulo e o seu sentido em relação ao vetor original, porém a direção será sempre a mesma.

Vejamos um exemplo. Dado um vetor deslocamento $\vec{d}$, vamos multiplicá-lo por um número real. Se esse número for positivo e diferente de 1, haverá alteração no módulo do vetor; se o número for negativo, poderá alterar o módulo e alterará o sentido do vetor, conforme mostram as figuras seguintes:

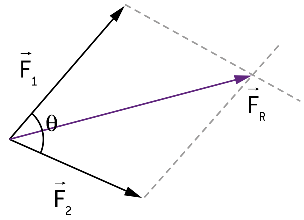


O vetor $2\vec{d}$ tem o dobro do módulo, a mesma direção e o mesmo sentido do vetor $\vec{d}$. Já o vetor $-2\vec{d}$ tem o dobro do módulo, a mesma direção e o sentido oposto ao do vetor $\vec{d}$.

5. Subtração vetorial

Dados dois vetores, poderíamos desenvolver uma nova álgebra vetorial para o cálculo da diferença vetorial; porém, para facilitar, podemos obter a diferença vetorial a partir da soma dos dois vetores.

Dados dois vetores, F_1 e F_2, o vetor soma é dado por:

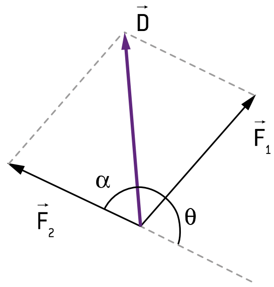


$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\theta$$

O vetor diferença entre os vetores $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ pode ser encontrado da seguinte forma:

$$\vec{D} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2 \rightarrow \vec{D} = \vec{F}_1 + \left(-\vec{F}_2\right)$$

Ou seja, a subtração entre $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ pode ser entendida como a adição de $\vec{F}_1$ com o vetor oposto a $\vec{F}_2$, conforme mostra a figura.



O módulo do vetor diferença é dado por:

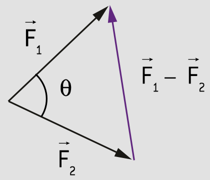
$$D^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha$$

$$\alpha + \theta = 180° \rightarrow \alpha = 180° - \theta$$

Os ângulos α e θ são suplementares; portanto, sendo dado θ, podemos encontrar α, e o módulo do vetor diferença poderá ser encontrado da mesma forma que o módulo da soma, bastando trocar o ângulo entre as origens. Devemos estar atentos ao fato de que $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$ é diferente de $\vec{F}_2 - \vec{F}_1$.

Física e Matemática

Outro modo de subtrair os dois vetores, $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$, é colocar ambos na mesma origem, e o vetor diferença terá origem no vetor que possui o sinal negativo e fim no vetor com o sinal positivo:



Usando a lei dos cossenos, temos:

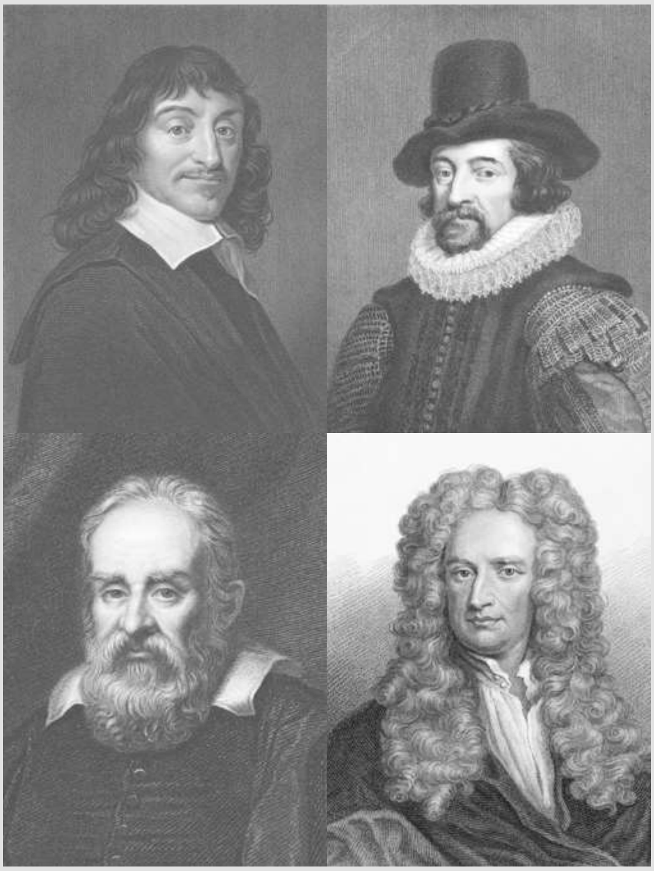
$(F_1 - F_2)^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\theta$

A Física na História

O estudo das Ciências Naturais remonta ao início da civilização e foi-se aperfeiçoando no decorrer do tempo. No começo, era disperso e com base apenas em observações superficiais e fragmentadas. No século XI da nossa era, eminentes pensadores postularam a necessidade de regras para esse entendimento. Foi a partir do século XIII, por influência do uso da Matemática, da observação e da experimentação, que a exigência de métodos precisos de investigação e explicação dos fenômenos naturais conduziram ao método científico.

O método científico consiste de um conjunto de regras básicas para se desenvolver uma experiência com o objetivo de produzir, corrigir e integrar conhecimento científico.

Com base no empirismo filosófico (conhecimento fundamentado na observação da natureza e no uso da razão), grandes pensadores e cientistas desenvolveram a ciência elevando o pensamento humano a um novo patamar de abrangência. Nomes como Descartes, Bacon, Galileu, Newton, entre outros, figuram entre aqueles que desenvolveram o chamado pensamento reducionista-mecanicista. Nessa visão de mundo, o universo é algo lógico e previsível, bastando ao cientista utilizar "seu microscópio" para conhecê-lo e, a partir daí, fazer previsões a respeito do seu comportamento.



René Descartes, Francis Bacon, Galileu Galilei e Isaac Newton

Com o acúmulo de uma quantidade imensa de conhecimento científico, surgiu a necessidade de segmentar esse conhecimento, criando-se, então, inúmeros campos de atuação da Ciência, como a Física, a Química, a Matemática, as Ciências Humanas, a Biologia, entre outros. Com o passar do tempo, essa separação foi-se aprofundando.

No século XX, pensadores de todos os campos do conhecimento humano perceberam que seria necessário criar uma nova abordagem científica, pois a antiga já não era suficiente para explicar muitos fenômenos. Surgiu o pensamento sistêmico. Nessa nova abordagem, propõe-se uma nova e diferente integração dos campos da Ciência, potencializando, assim, a compreensão humana sobre a natureza.

O pensamento sistêmico não nega a racionalidade científica, apenas a engloba em um nível mais elevado, no qual a abordagem subjetiva das artes e o conhecimento milenar obtido pelas filosofias espiritualistas são componentes valiosos. Nessa forma de pensar, a interdisciplinaridade encontrou campo fecundo para seu desabrochar.

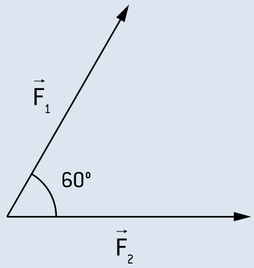
Apoiada em ombros de gigantes, a ciência continua a avançar.

"Se vi mais longe foi por estar de pé sobre ombros de gigantes."

Frase escrita por Newton em uma carta para Robert Hooke, em 15 de fevereiro de 1676.

▶ 01.

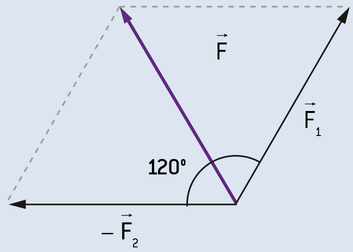
A figura seguinte mostra duas forças, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, de intensidades, respectivamente, iguais a 15 N e 12 N. O ângulo formado entre suas origens é de 60°. Calcule a intensidade da diferença vetorial $(\vec{F} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2)$ e faça a representação gráfica desse vetor.



Resolução

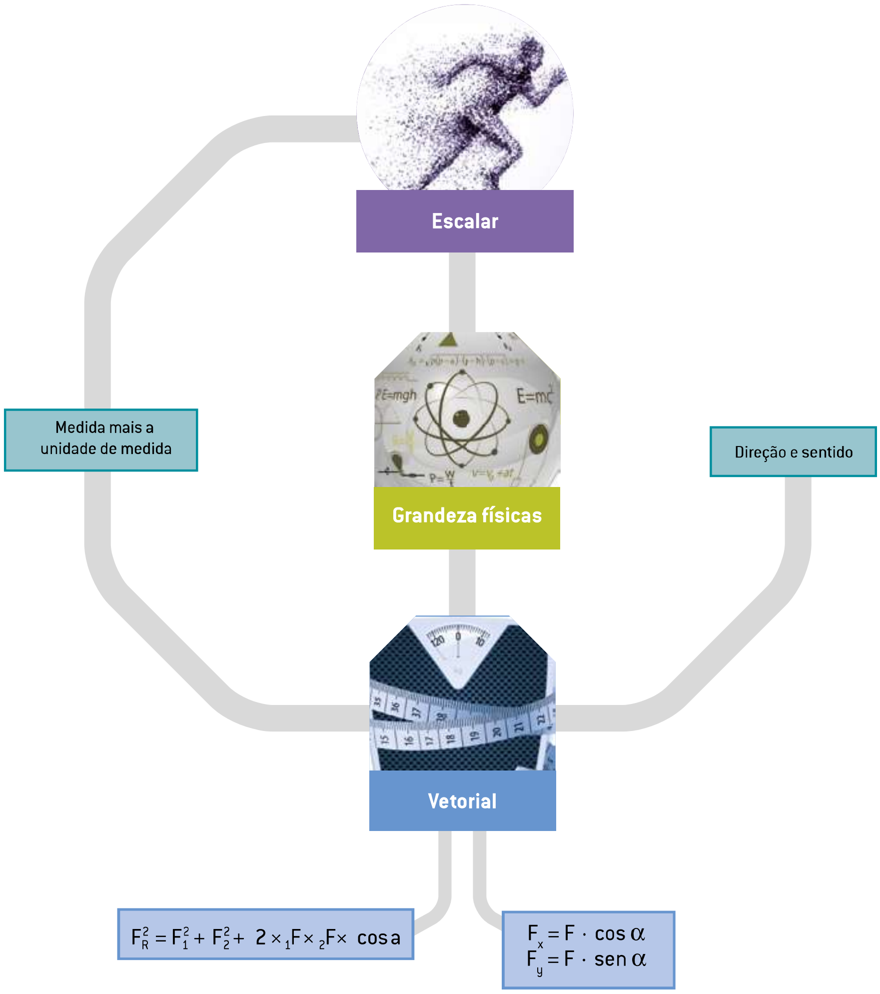
Vamos transformar essa diferença em uma soma de vetores:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \vec{F}_1 + (-\vec{F}_2)$$



$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 120°$$
$$F^2 = 15^2 + 12^2 + 2 \cdot 15 \cdot 12 \cdot (-0{,}50)$$
$$F^2 = 189 \Rightarrow F \approx 13{,}7 \text{ N}$$

6. Organizador gráfico



Tema Tópico Subtópico Subtópico destaque Apenas texto Características

Módulo 1

Grandezas físicas: escalar e vetorial

Exercícios de **Aplicação**

01.

As alternativas abaixo contêm grandezas físicas que podem ser escalares ou vetoriais. Assinale a que apresenta apenas grandezas vetoriais.

a. Força, massa e aceleração
b. Deslocamento, força e massa
c. Força, velocidade e deslocamento
d. Deslocamento, densidade e velocidade
e. Distância, massa e densidade

Resolução

Das grandezas expressas nas alternativas, temos:

- escalares: massa, densidade e distância;
- vetoriais: força, aceleração, deslocamento e velocidade.

Alternativa correta: C

02.

Do alto de um prédio em construção, inadvertidamente, um pedreiro deixa cair um tijolo e, num dado instante, a sua velocidade é de 5 m/s e a queda é vertical. Caracterize a intensidade, a direção e o sentido do vetor velocidade do tijolo no instante considerado.

Resolução

Intensidade: v = 5 m/s
Direção: vertical
Sentido: para baixo

03.

Um corpo, apoiado numa superfície plana e horizontal, recebe a ação de uma força que o faz escorregar pela superfície. Para entendermos o fenômeno físico descrito, é necessário conhecermos, a respeito da força:

a. apenas a medida e a unidade de medida.
b. apenas a direção.
c. apenas o sentido.
d. a medida, a unidade da medida, a direção e o sentido.
e. apenas a medida, a direção e o sentido.

Resolução

Para que uma grandeza física fique perfeitamente caracterizada, é necessário que sejam explicitados a medida, a unidade dessa medida, a direção e o sentido.

a. Refere-se à grandeza escalar.
b. Nenhuma grandeza é caracterizada apenas pela direção.
c. Nenhuma grandeza é caracterizada apenas pelo sentido.
e. A intensidade de um vetor necessita, além da unidade, da medida.

Alternativa correta: D

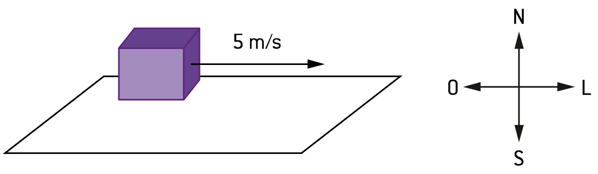
Habilidade

Reconhecer e discriminar grandezas escalares e vetoriais.

Exercícios **Extras**

04.

Observe a figura a seguir.

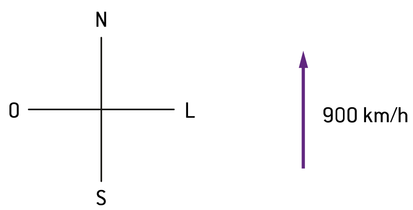


O bloco nela mostrado desloca-se com velocidade de 5 m/s e, ao lado da figura, encontra-se a orientação. Com base nessas informações, assinale a alternativa que apresenta as características corretas do vetor velocidade.

a. v = 5 m/s, na horizontal para a direita
b. v = 5 m/s, na direção leste-oeste e no sentido de oeste para leste
c. $\vec{v}$ = 5 m/s, na direção leste-oeste e no sentido de oeste para leste
d. $\vec{v}$ = 5 m/s, na horizontal para a direita
e. v = 5 m/s

05.

Um avião faz o trajeto entre as cidades de Brasília e Rio de Janeiro. Num trecho desse voo, não há ventos, e a velocidade do avião é constante, horizontal e de 900 km/h, na direção e sentido representados pela seta a seguir. Caracterize a intensidade, a direção e o sentido da velocidade desse avião, usando as coordenadas geográficas fornecidas na figura.



Seu espaço

Orientações ao professor

- **Sobre o módulo**

Este módulo visa, especificamente, estabelecer as diferenças entre as grandezas físicas escalares e vetoriais. Selecionamos alguns pontos que merecem destaque:

1. a necessidade da colocação da unidade ao especificarmos uma grandeza física, seja ela escalar ou vetorial;
2. a comparação entre grandezas físicas só será possível quando elas forem da mesma espécie;
3. a diferença entre direção e sentido.

Exercícios **Propostos**

Da teoria, leia o tópico 1.

Exercícios de tarefa reforço aprofundamento

06.

Assinale a alternativa que contém a grandeza escalar.

a. Deslocamento
b. Velocidade
c. Força
d. Aceleração
e. Distância

07.

Assinale a alternativa que contém a grandeza vetorial.

a. Energia
b. Densidade
c. Força
d. Massa
e. Distância

08.

Faça a representação da força F = 100 N, na horizontal e para a esquerda.

09.

São dadas duas grandezas físicas vetoriais: F = 20 N, na horizontal e para a direita; v = 20 m/s, na horizontal e para a direita. Acerca dessas duas grandezas físicas, podemos afirmar que:

a. elas são iguais.
b. a velocidade não é grandeza vetorial.
c. não comparamos grandezas diferentes.
d. a força não é grandeza vetorial.
e. elas são iguais apenas nas suas intensidades.

10. Acafe-SC

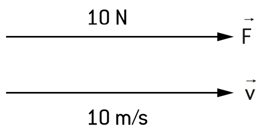
Assinale, entre as alternativas a seguir, aquela que completa corretamente a afirmativa:

"Grandezas vetoriais são aquelas que necessitam de ______, ______,____ e ____ para serem perfeitamente definidas."

a. valor numérico – desvio – unidade – direção
b. desvio – sentido – direção – módulo
c. valor numérico – unidade – direção – sentido
d. módulo – vetor – padrão – quantidade
e. padrão – valor numérico – unidade – sentido

11.

A figura a seguir mostra dois vetores, paralelos entre si, e representando duas grandezas distintas: força e velocidade.



Responda às perguntas.

a. Essas grandezas são iguais? Justifique.
b. Esses vetores têm o mesmo módulo? Justifique.
c. Esses vetores têm a mesma direção e o mesmo sentido? Justifique.

12. Acafe-SC

Na natureza, a energia não pode ser criada nem destruída. Ela simplesmente sofre transformações de uma modalidade para outra. Por exemplo, numa usina hidrelétrica, a água represada possui energia potencial gravitacional. Ao chegar à tubulação, essa energia é transformada em energia cinética. Ao atingir a turbina da usina, a energia cinética é convertida em energia mecânica. Depois disso, no gerador, a energia mecânica é convertida em energia elétrica. Acerca da grandeza física energia, é correto afirmar que:

a. é uma grandeza vetorial, portanto há necessidade de se caracterizarem a intensidade, a direção e o sentido.
b. é uma grandeza escalar, portanto há necessidade de se caracterizarem apenas a medida e a unidade.
c. enquanto armazenada na represa, é uma grandeza escalar e, ao ganhar movimento, torna-se vetorial.
d. não é grandeza física, por não precisar de unidade de medida.
e. a energia mecânica é escalar, enquanto a energia elétrica é vetorial.

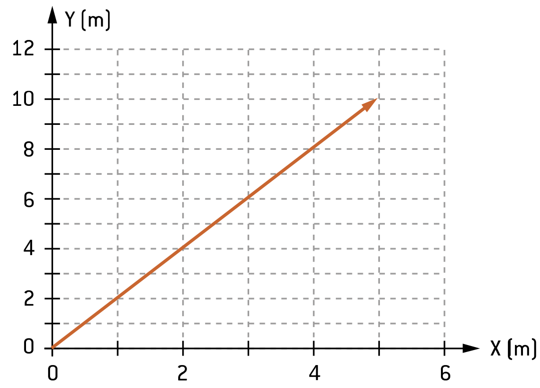
13.

São dadas duas forças: F_1 = 10 N, na horizontal e para a direita, e F_2 = 10 N, na vertical e para cima. Com relação a essas duas forças, podemos afirmar que:

a. elas são iguais.
b. elas têm o mesmo sentido.
c. elas têm a mesma direção.
d. elas são opostas.
e. elas possuem a mesma intensidade.

14. PUC-RJ

O vetor posição de um objeto em relação à origem do sistema de coordenadas pode ser desenhado como mostra a figura.



Calcule o módulo, em metros, desse vetor.

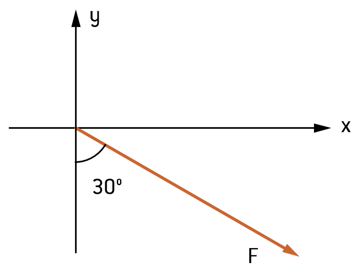
a. 5,0
b. 7,5
c. 10,0
d. 11,2
e. 15,0

15.

Um ponto material encontra-se na origem de um sistema cartesiano (x, y). Esse ponto material recebe a ação de uma força de intensidade 20 N no segundo quadrante, formando o ângulo de 30° com o eixo x. Faça a representação gráfica desse vetor.

16.

A figura a seguir mostra um vetor força de 200 N, representado no plano cartesiano x, y. Caracterize esse vetor força.



EMI-15-10

Módulo 2

Adição vetorial: regra do polígono

Exercícios de **Aplicação**

01. UEPG-PR

Uma pessoa sai de sua casa para comprar pão e leite na padaria. Inicialmente, ela caminha 400 m para o leste, dobra à esquerda e caminha mais 400 m para o norte. Logo após, vira novamente à esquerda e caminha mais 100 m para o oeste, até chegar à padaria. A distância percorrida e o vetor deslocamento da pessoa são, respectivamente, iguais a:

a. 200 m e 400 m.
b. 500 m e 900 m.
c. 800 m e 900 m.
d. 900 m e 250 m.
e. 900 m e 500 m.

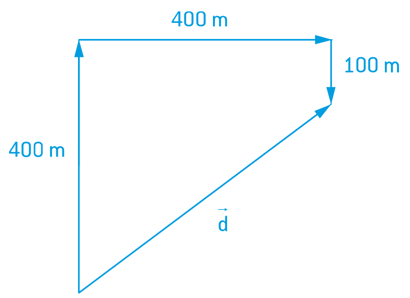
Resolução

Distância percorrida (x)

$x = 400 + 400 + 100$

$x = 900$ m

Deslocamento vetorial (d)



$d^2 = 300^2 + 400^2$

$d = 500$ m

Alternativa correta: E

02.

Uma cidade planejada tem todos os quarteirões com a forma geométrica de um quadrado de lado 100 m. Uma pessoa percorre um quarteirão, dobra a esquina e percorre mais um quarteirão. Calcule o deslocamento vetorial realizado pela pessoa.

Resolução

$d^2 = 100^2 + 100^2 = 2 \cdot 100^2$

$d = 100\sqrt{2}$ m

03.

Um corpo recebe a ação de duas forças horizontais de intensidades 12 N e 5 N. O ângulo formado entre essas duas forças é de 90°. A intensidade da resultante dessas duas forças é:

a. nula.
b. 5 N.
c. 12 N.
d. 13 N.
e. 19 N.

Resolução

Para o ângulo de 90°, podemos encontrar a intensidade da resultante das forças aplicadas no corpo pelo Teorema de Pitágoras:

$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$

$F_R = 13$ N

a. A soma vetorial de duas forças de intensidades 12 N e 5 N nunca resulta na soma nula.

b. A soma vetorial de duas forças de intensidades 12 N e 5 N nunca resulta na soma de 5 N.

c. Para resultar em 12 N, o ângulo entre as forças deveria ser diferente de 90°.

e. A soma vetorial de duas forças de intensidades 12 N e 5 N nunca resulta na soma de 19 N.

Alternativa correta: D

Habilidade

Efetuar operações que envolvam grandezas escalares e vetoriais.

Exercícios **Extras**

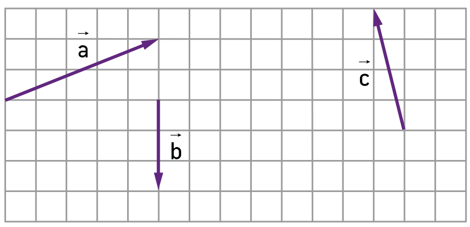
04.

Uma pessoa inicia uma caminhada num trecho retilíneo de uma trilha percorrendo a distância de 30 m. A seguir, ela retorna 10 m na mesma trilha e para. Do início até o momento em que parou, a distância percorrida e a intensidade do deslocamento vetorial são, respectivamente:

a. 20 m e 40 m.
b. 40 m e 20 m.
c. 40 m e 40 m.
d. 20 m e 20 m.
e. nula e 20 m.

05.

Observe a figura a seguir:



O lado de cada quadriculado mede 1 cm. Calcule o módulo do vetor soma desses três vetores.

Seu espaço

Orientações ao professor

- **Sobre o módulo**

Neste módulo, procuramos estabelecer as diferenças entre distância percorrida e deslocamento. Na regra do polígono, é importante enfatizar que o resultado é o mesmo, independentemente da ordem dos vetores e dos significados das operações: $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$ e $a = b + c$.

Como a Dinâmica está intimamente ligada ao conceito de força e será assunto do próximo capítulo, sempre que possível, usar a grandeza força como exemplo na adição de vetores.

- **Na *web***

Acesse: <https://phet.colorado.edu/sims/vector-addition/vector-addition_pt_BR.html>.

Simulação que permite manipular vetores, alterando o seu comprimento e a sua inclinação, e que apresenta a soma de todos os vetores que foram escolhidos. Há um manual detalhado, em inglês, de como utilizar o objeto de aprendizagem no *site* <http://phet.colorado.edu/files/teachers-guide/vector-addition-guide.pdf>.

Exercícios **Propostos**

Da teoria, leia os tópicos 2 e 2A.

Exercícios de tarefa reforço aprofundamento

06. UMC-SP

Um móvel percorre 40 km para o norte e, em seguida, 30 km para o leste. O deslocamento resultante do móvel foi de:

a. 70 km.
b. 50 km.
c. 40 km.
d. 30 km.
e. 10 km.

07. Unopar-PR

Um estudante anda 1 km para o leste, 1 km para o sul e, em seguida, 2 km para o oeste. A intensidade do vetor deslocamento sofrido no percurso é, em km, aproximadamente, igual a:

a. 0
b. 1,0
c. 1,4
d. 3,5
e. 4,0

08.

Com relação ao exercício anterior, calcule a distância percorrida pelo estudante.

09.

Uma partícula realiza dois deslocamentos sucessivos, $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$, tais que:

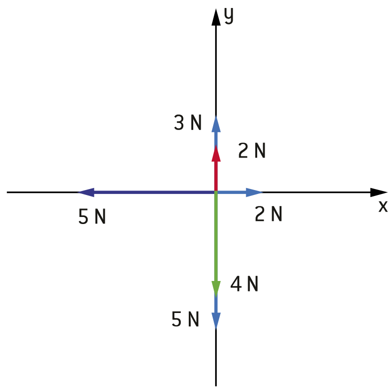
- $\vec{d}_1$ – 8 m, vertical para cima;
- $\vec{d}_2$ – 6 m, horizontal para a direita.

A intensidade do vetor deslocamento dessa partícula é de:

a. 2 m.
b. 6 m.
c. 8 m.
d. 10 m.
e. 14 m.

10. UFAM

O diagrama de corpo livre de um objeto puxado por várias forças, por meio de um piso sem atrito, está representado na figura a seguir.



A intensidade da força resultante e o quadrante em que a força se encontra são:

a. 15 N; primeiro quadrante.
b. 21 N; terceiro quadrante.
c. 7 N; segundo quadrante.
d. 5 N; terceiro quadrante.
e. 21 N; primeiro quadrante.

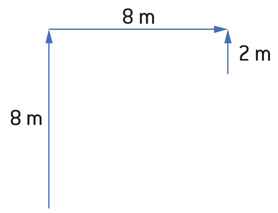
11. UFSCar-SP

Num voo intercontinental, o painel eletrônico de um avião informa que a velocidade do avião, em relação ao ar, é de 900 km/h, no sentido norte. No mesmo instante, sopra um vento com intensidade de 80 km/h, para o oeste. A velocidade do avião, em relação ao solo, deve ser, em km/h, próxima de:

a. 980
b. 910
c. 903
d. 896
e. 820

12.

Observe a figura a seguir:

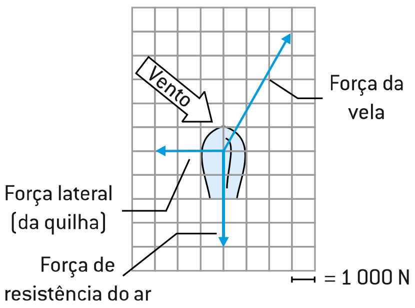


Ela mostra três vetores deslocamentos sucessivos realizados por uma partícula. Os ângulos entre eles são de 90°. A intensidade do vetor deslocamento resultante é de:

a. 4 m.
b. 6 m.
c. 10 m.
d. 12 m.
e. 14 m.

13. Unicamp-SP modificado

Na viagem do descobrimento, a frota de Cabral precisou navegar contra o vento uma boa parte do tempo. Isso só foi possível graças à tecnologia de transportes marítimos mais moderna da época: as caravelas. Nelas, o perfil das velas é tal que a direção do movimento pode formar um ângulo agudo com a direção do vento, como indicado no diagrama de forças a seguir.

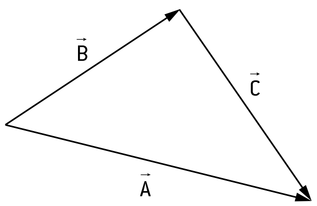


Assinale a alternativa que representa o módulo, a direção e o sentido da força resultante.

a. ↑ 1 000 N
b. ← 2 000 N
c. ↓ 3 000 N
d. → 4 000 N
e. ↑ 5 000 N

14. UEM-PR

Dado o diagrama vetorial a seguir, assinale a(s) alternativa(s) correta(s).



01. $\vec{A}+\vec{C}=\vec{B}$

02. $\vec{B}+\vec{C}=\vec{A}$

04. $\vec{B}-\vec{C}=\vec{A}$

08. $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=\vec{0}$ ($\vec{0}$ representa vetor nulo.)

16. $|\vec{A}|+|\vec{C}|\geq|\vec{B}|$

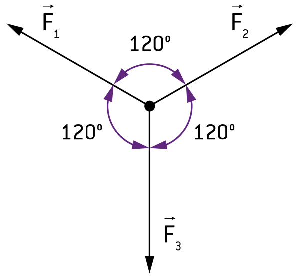
32. $|\vec{A}+\vec{C}|>|\vec{B}|$

64. $|\vec{A}|+|\vec{C}|=|\vec{A}+\vec{C}|$

Dê a soma dos números dos itens corretos.

15. UFSCar-SP

Três forças idênticas e coplanares são aplicadas sobre um ponto material, formando entre si ângulos de 120°.

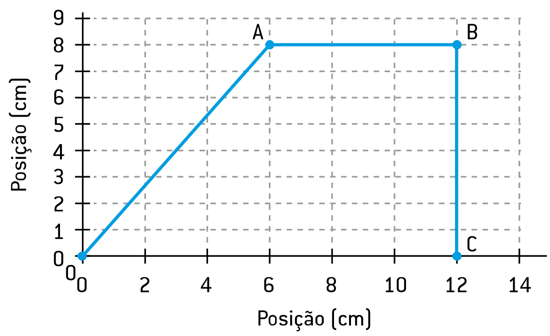


Nessas condições, pode-se afirmar que a intensidade da força resultante sobre o ponto material tem valor igual a:

a. 3 F
b. 2 F
c. F
d. $\frac{F}{2}$
e. 0

16. PUC-RS

Entrando pelo portão O de um estádio, um torcedor executa uma trajetória, representada pelas linhas contínuas OABC, até alcançar a sua cadeira, C. Considerando que, na figura, a escala seja 1:1 000, é correto afirmar que o torcedor percorreu uma distância de ____ e teve um deslocamento de ____.



a. $2,4 \cdot 10^2$ m; $1,2 \cdot 10^2$ m, na direção da reta OC.
b. $2,4 \cdot 10^2$ m; $1,2 \cdot 10^2$ m.
c. $2,4 \cdot 10$ m, na direção da reta OC; $1,2 \cdot 10$ m.
d. $1,2 \cdot 10$ m; $1,4 \cdot 10$ m, na direção da reta OC.
e. $2,4 \cdot 10$ m; $1,2 \cdot 10$ m, na direção da reta OC.

EMI-15-10